Egbert – Gymnasium Münsterschwarzach
Kollegstufe 2002 / 2004

Leistungskurs Mathematik

FACHARBEIT

Der Rechenschieber – seine Geschichte und Funktionsweise

Verfasser: Margarete Eichelbauer

Tag der Abgabe: 2. Februar 2004

Kursleiter: OStR i. K. Wolfhard Klement

<u>Inhalt</u>

1 Der Rechenschieber - ein unentbehrliches Instrument der Vergangenheit

2 Die Geschichte und Funktionsweise des Rechenschiebers

2.1 Die Geschichte des Rechenschiebers

2.1.1 Die Anfänge in England

2.1.1.1 Die Entwicklung der Logarithmentafeln

2.1.1.2 Die erste logarithmische Skala – die „Gunterscale“

2.1.1.3 Die Erfindung des Rechenschiebers

2.1.1.4 Frühe Anwendungsgebiete des Rechenschiebers

2.1.2 Die weitere Entwicklung:

2.1.2.1 Europa

2.1.2.1.1 Das französische System „Mannheim“ – die Wiederentdeckung des Läufers

2.1.2.1.2 Deutschland und der Weltmarkt

2.1.2.2 Weltweit

2.1.2.2.1 Der Rechenschieber im europäischen Ausland

2.1.2.2.2 Weitere Verbreitung des Rechenschiebers

2.2 Die mathematischen Grundlagen

2.2.1 Einführung in die Logarithmen

2.2.1.1 Mathematische Grundbegriffe

2.2.1.2 Rechengesetze

2.2.2 Das Prinzip des Rechenschiebers

2.3 Die Funktionsweise des Rechenschiebers

2.3.1 Aufbau und Grundbegriffe

2.3.2 Rechenoperationen

2.3.2.1 Multiplikation

2.3.2.2 Division

2.3.2.3 Potenzieren und Radizieren

2.3.2.4 Geometrische Berechnungen

2.3.2.5 Spezialrechenschieber

3 Der Rechenschieber in der heutigen Zeit

4 Literaturverzeichnis

1 Der Rechenschieber – ein unentbehrliches Instrument der Vergangenheit

"Die Welt ist einfach komisch, wenn man sie vom technischen Standpunkt ansieht; unpraktisch in allen Beziehungen der Menschen zueinander, im höchsten Grade unökonomisch und unexakt in ihren Methoden; und wer gewohnt ist, seine Angelegenheiten mit dem Rechenschieber zu erledigen, kann einfach die gute Hälfte aller menschlichen Behauptungen nicht ernst nehmen. Der Rechenschieber, das sind zwei unerhört scharfsinnig verflochtene Systeme von Zahlen und Strichen; der Rechenschieber, das sind zwei weiß lackierte, ineinander gleitende Stäbchen von flach trapezförmigem Querschnitt, mit deren Hilfe man die verwickeltsten Aufgaben im Nu lösen kann, ohne einen Gedanken nutzlos zu verlieren; der Rechenschieber, das ist ein kleines Symbol, das man in der Brusttasche trägt und als einen harten weißen Strich über dem Herzen fühlt: wenn man einen Rechenschieber besitzt, und jemand kommt mit großen Behauptungen oder großen Gefühlen, so sagt man: Bitte einen Augenblick, wir wollen vorerst die Fehlergrenzen und den wahrscheinlichsten Wert von alledem berechnen!"[i]

So beschreibt Robert Musil 1930 in seinem zeitkritischen Roman „Der Mann ohne Eigenschaften“ mit einem Anflug von Ironie den Rechenschieber.
Der Rechenschieber – das war **das** Werkzeug schlechthin. Ein unentbehrliches Instrument; exakt, universell einsetzbar und nicht zuletzt auch ein Statussymbol.

Doch wie ist es dann möglich, dass diese Rechenhilfe für Multiplikation, Division oder Potenzrechnungen heutzutage nahezu unbekannt ist?
Dass der Rechenschieber überholt ist, soll hier nicht bezweifelt werden. Natürlich sind die elektronischen Taschenrechner wesentlich schneller und präziser als der Rechenschieber. Dennoch ist es lohnenswert, den Rechenschieber einmal näher zu betrachten, nicht nur um ein

Gefühl für logarithmische Zahlen und Zahlen im Allgemeinen zu bekommen, sondern auch um die 400-jährige Entwicklung einer als genial bezeichneten Rechenmaschine mitzuerleben.

2 Geschichte und Funktionsweise des Rechenschiebers

2.1 Die Geschichte des Rechenschiebers

2.1.1 Die Anfänge in England

2.1.1.1 Die Entwicklung der Logarithmentafeln

Die Anfänge reichen mehrere Jahrhunderte zurück, nach England.
Dort veröffentlicht im Jahre 1614 Lord John Napier (1550-1617) eine Logarithmentafel der natürlichen Zahlen – die sogenannte Schrift „Mirifici logarithmorum Canonis Descriptio". Der Baron von Merchiston, ein reicher schottischer Landbesitzer mit einer Leidenschaft für Mathematik, hatte auf diese Arbeit fast 20 Jahre seines Lebens verwendet. Nun kommt er mit der Herausgabe seiner Arbeit dem Schweizer Astronom Jost Bürgi (1552-1632) zuvor. Dieser verfasst bereits in den Jahren 1603 bis 1611 solche Logarithmentafeln. Jedoch kann er sich erst 1620 zu deren Veröffentlichung entschließen.[ii]

Um die „wunderbaren Regeln der Logarithmen" jedoch effektiv nutzen zu können, ist ein weiterer Schritt nötig. Diesen tätigt Henry Briggs (1561-1630). Der Gresham-Professor für Geometrie steht in Kontakt zu Napier. Er erkennt, dass den Logarithmen eine gemeinsame Basis fehlt und stellt sie auf die Basis 10. Daher wird der dekadische Logarithmus auch Briggs'scher Logarithmus genannt.[iii]
Damit ist die mathematische Grundlage für die weitere Entwicklung des mechanischen Rechenschiebers gelegt. Denn die auch „Rechenstab", „slide rule" oder „sliding rule" genannte Rechenmaschine verwendet das Grundprinzip der Addition und Subtraktion von Logarithmen.

2.1.1.1 Die erste logarithmische Skala – die „Gunterscale"

Das Gresham College in London spielt als Zentrum wissenschaftlicher Aktivität hierbei wieder eine große Rolle. Beeinflusst von den Professoren Briggs und William Oughtred führt Edmund Gunter (1581-1626) die Arbeit Napiers konsequent weiter und erstellt eine Logarithmentafel für Sinus und Tangens, das Werk „Canon triangulorum".[iv] Doch soll dies nicht sein einziger Verdienst sein.

Neben einigen weiteren Erfindungen hat Gunter 1620 die Idee, die Logarithmen als Strecken abzubilden und in Skalen auf ein Lineal aufzubringen. Mit dem Stechzirkel soll es dann möglich sein, zu multiplizieren und zu dividieren.[v] *„Diese sogenannte Gunter scale war ein Lineal aus Buchsbaumholz von ca. 60cm Länge [...] und ca. 5cm Breite [...]mit einseitig abgeschrägter Kante. Auf Vorder- und Rückseite waren logarithmische und dezimale Skalen aufgetragen.“*[vi]

2.1.1.3 Die Erfindung des Rechenschiebers

Die Arbeit mit Stechzirkel und Lineal ist jedoch mühsam und langwierig: *„Multiplizierte man z.B. 1.97 mit 2.56, steckte man den Zirkel am Anfang der Skala ein, griff die Strecke bis 1.97 ab. Diese Spanne wurde dann nochmals ab 2.56 abgetragen und gab dann an der rechten Zirkelspitze das Ergebnis an.“*[vii]

Die Lösung des Problems ist die Erfindung des Rechenschiebers. Hierbei lässt man zwei identische logarithmische Skalen aneinander gleiten. So sind Multiplikation und Division endlich ohne größere Umstände möglich, denn der Stechzirkel wird überflüssig.

Die Frage, wem die Ehre gebühre, diese Schwierigkeit als Erster erfolgreich behoben zu haben, löst in Fachkreisen noch immer Diskussionen aus:

Edmund Wingate (1596-1656) steht mit Edmund Gunter in Verbindung und macht dessen „rule of proportion“, die Gunterscale, in Frankreich bekannt.

Die heftig diskutierte Frage aber ist, ob ihm auch die Rechnung mittels verschiebbarer Skalen bekannt war, oder ob er sie sogar erfunden hat.

Die meisten Experten erkennen jedoch William Oughtred (1575-1660) als den Vater des Rechenschiebers an. Der an Mathematik interessierte Pfarrer trifft bereits 1618 Edmund Gunter und Henry Briggs, und setzt 1627, *„die Idee der aneinander gleitenden logarithmischen Skalen“*[viii] um. Auch die erste Gunterscale in Spiralform, die sogenannte „Rechenscheibe“ oder „circular slide rule“, trägt seine Handschrift.[ix]

Oughtred hat also die Möglichkeiten von zwei aneinander gleitenden Skalen entdeckt. Diese Technik wird in den folgenden Jahrzehnten vor allem von zwei Engländern verfeinert:

Robert Bissaker und Seth Partridge. Robert Bissaker baut 1654 einen Rechenschieber mit beweglicher Zunge – den Vorläufer des späteren Einseiten-Rechenschiebers. Dieses Modell, welches durch Messinghalterungen in einem Stabkörper zusammengehalten wird, trägt 19 von der Gunter-Skala abgeleitete Skalen.[x]

Bereits drei Jahre später entwickelt Seth Partridge (1603-1686) aus dem Einseiten-Rechenschieber den Prototyp des Doppelseiten-Rechenschiebers.[xi]

2.1.1.4 Frühe Anwendungsgebiete des Rechenschiebers

Schon seit dem Aufkommen der ersten Gunterscale findet das Prinzip des Rechenstabes vor allem in der Seefahrt große Anwendungsgebiete. Die Arbeit mit Stechzirkeln ist dem Seefahrer ja durchaus geläufig, und so wird die Gunterscale - teilweise mit Skalen für astronomische Berechnungen - als Navigationshilfe verwendet.

Ab Mitte des 17. Jahrhunderts werden „sliding rules“ nicht mehr nur aus Buchsbaumholz sondern auch aus Elfenbein und vor allem aus dem in der Nautik beliebten Messing hergestellt.[xii]

Noch immer aber werden die Rechenstäbe von Hand gefertigt, und sind in Ausführung und Genauigkeit sehr vom jeweiligen Instrumentenbauer abhängig.

Hier wird der Erfinder der Dampfmaschine und Mitbegründer einer Maschinenfabrik James Watt (1736-1819) richtungsweisend. Er normiert seine Dampfmaschinen, und um nun die Leistung zu optimieren, entwickelt er mit seinem Mathematiker Southern ein spezielles „sliding rule-System“, abgestimmt auf die Anforderungen von Technikern und Ingenieuren. Dieses Modell findet als erster „technischer“ Rechenschieber unter dem Namen „SOHO-rules“ – nach dem Ort der Fabrikation – in England weite Verbreitung, und geht in die Geschichte des slide rule ein. Watt setzt so ab 1775 neue Maßstäbe in Qualität und Anordnung der Skalen.[xiii]

2.1.2 Die weitere Entwicklung:

2.1.2.1 Europa

Bereits 1821 beginnt die französische Firma Lenoir (später: Gravet-Lenoir und Tavernier-Gravet) mit der maschinellen Fertigung von Rechenschiebern. Diese Modelle zeichnen sich durch große Präzision aus. So wird Lenoir zur führenden Marke auf dem weltweiten Markt.[xiv]

Durch die industrielle Herstellung wird eine flächendeckende Verbreitung erreicht, was dazu führt, dass Rechnen mit dem Rechenschieber in Frankreich, Italien und Österreich-Ungarn ab Mitte des 19. Jahrhunderts für Schulen empfohlen wird.[xv]

2.1.2.1.1 Das französische System „Mannheim“ – die Wiederentdeckung des Läufers

Doch werden die Rechenschieber immer größer und unübersichtlicher, da möglichst viele verschiedenen Skalen in direktem Kontakt zueinander stehen sollen. Dies führt sogar zu Rechenschiebern mit zwei, drei und vier Zungen.

An dieser Stelle gewinnt eine Anregung Sir Isaac Newtons (1643-1727) an Bedeutung. Newton beschreibt einen Rechenschieber, über den ein senkrechter Haarstrich geführt wird. Dadurch sind alle Skalen miteinander verbunden.[xvi] 100 Jahre später greift John Robertson (1712-1776), Professor für Mathematik, diesen Gedanken wieder auf. Doch auch jetzt wird die Idee des sogenannten Läufers verkannt, und so findet sie erst 200 Jahre nach der erstmaligen Erwähnung im Jahre 1675 die ihr gebührende Beachtung und Verwendung.[xvii]

Diese Wiederentdeckung des Läufers macht Amédée Mannheim (1831-1906). Im Jahre 1850 stellt er ein neues Skalensystem vor, welches auch die Idee des Läufers wieder aufgreift und in sein Konzept integriert. Er bezeichnet die aneinander gleitenden Grundskalen als A!B und C!D. Außerdem unterteilt er das obere Skalenpaar A/B in 1-100 und das untere C/D in 1-10. Sinus- und Tangensskala platziert er auf der Zungen-Rückseite. Diese Grundeinteilung wird bis zum Ende der Rechenschieberproduktion beibehalten. Vor allem der Läufer erleichtert die Handhabung erheblich.[xviii]

2.1.2.2.2 Deutschland und der Weltmarkt

In Deutschland findet der Rechenschieber erst recht spät gegen Ende des 17. Jahrhunderts Verbreitung. Wesentlich dazu trägt der Instrumentenbauer G. F. Brandner (1713-1783) bei, der als einer der ersten deutschen Handwerker Rechenschieber fertigt. Wegen des Manufakturbetriebes geht die Vermarktung des slide rule nur sehr schleppend voran.[xix] Erst nach Gründung des Deutschen Reiches im Jahre 1871 und zur Zeit der beginnenden Industrialisierung erlangt die deutsche Rechenschieberfertigung mit Namen wie Dennert & Pape (in Hamburg-Altona; Markenname: „Aristo“), A. W. Faber[xx] (in Stein bei Nürnberg) und Nestler (in Lahr/Schwarzwald) Weltruhm. Die deutschen Fabrikate zählen in der Folge mit konstruktiven Verbesserungen, neuen Skalensystemen und konstant hoher Qualität zu den Weltbesten. [xxi]

2.1.2.2 Weltweit

2.1.2.2.1 Der Rechenschieber im europäischen Ausland

Diesen Ruf haben die deutschen Modelle sogar in den USA. Nachdem dort die Rechenschieber bis 1890 unüblich bleiben, wird mit der Erwähnung des Systems Mannheim durch William Cox in den „Engineering News“ die Vermarktung anfangs vor allem deutscher Artikel stark gefördert. Cox lässt einige Mannheim-Modifikationen patentieren, welche später von der Firma Keuffel & Esser produziert werden. Diese Firma hat schon zuvor Modelle von Dennert & Pape verkauft.[xxii]

2.1.2.2.2 Weitere Verbreitung des Rechenschiebers

Die Verbreitung des Rechenschiebers wird durch verschiedene Faktoren gefördert: Zum einen durch Spezialisierungen für die unterschiedlichen Berufszweige. So macht es der bereits genannte John Robertson möglich, dass auch in der Seefahrt auf den Stechzirkel verzichtet werden kann, indem er die Original-Gunterscale für nautische Berechnungen in das Rechenschieberprinzip umsetzt. Einen slide rule für Chemiker erfindet Rudolf Mehmke (1857-1944).[xxiii]

Zum anderen werden an zahlreichen Universitäten für mathematisch-technische Studenten Pflichtkurse zum Thema Rechenschieber eingerichtet. Einige dieser Universitäten ermöglichen auch dem Bürger Weiterbildungen. So macht der Mathematiker Leopold Karl Schulz von Straßnitzki (1802-1852) mit seinen Sonntagsvorlesungen über das Stabrechnen den Rechenschieber vor allem im Handwerkerstand publik. Hierzu verwendet er als Hilfsmittel den wohl ersten Demonstrations-Rechenschieber in Überlänge von Josef Adalbert Sedlacek (1785-1836). Solche Rechenschieber werden bis in die 1970er Jahre in Schulen und Universitäten eingesetzt.[xxiv]

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass vornehmlich drei Länder an der Entwicklung des Rechenschiebers beteiligt waren:

1. England, welches als Erfinder des slide rule anerkannt werden muss und über zwei Jahrhunderte dessen Weiterentwicklung maßgeblich beeinflusst.
2. Frankreich, das mit Mannheim ein neues Skalensystem konstruiert und so ab 1850 den Markt beherrscht, der aber bereits 50 Jahre später von
3. Deutschland übernommen wird. Dessen Hersteller bauen den Markt kontinuierlich aus und machen den Rechenschieber in der ganzen Welt bekannt.

2.2 Die mathematischen Grundlagen

2.2.1 Einführung in die Logarithmen

2.2.1.1 Mathematische Grundbegriffe

Wie bereits gezeigt, korrespondiert die Erfindung des Rechenschiebers mit den ersten Logarithmentafeln. Der Grund ist, dass die Logarithmen die mathematische Basis für das Funktionieren des Rechenschiebers liefern. So müssen also zunächst diese Grundlagen verstanden worden sein, um das Prinzip des Rechenschiebers zu begreifen. Diese sollen im Folgenden verdeutlicht werden:[xxv]

$$\mathbf{b = a^n}$$

a ist die Basis oder Grundzahl
n ist der Exponent oder die Hochzahl
b ist der Potenzwert

- b heißt Quadratzahl, wenn n = 2
- b heißt Kubikzahl, wenn n = 3

Um nun den Exponenten zu errechnen, muss die Gleichung logarithmiert werden:

$$\mathbf{n = \log_a b}$$

Der Potenzwert b wird als Numerus bezeichnet und der Exponent n ist der Logarithmus[xxvi] von b zur Basis a.[xxvii]
Wird die erste Gleichung in die zweite eingefügt, erhält man:

$$\mathbf{n = \log_a a^n}$$

Logarithmen zur Basis 10 werden gemeinhin als dekadische oder Briggs'sche Logarithmen bezeichnet. Als mathematisches Symbol wird lg verwendet.[xxviii]
Die Ziffer des Logarithmus vor dem Komma wird Kennziffer/Kennzahl genannt. Die Ziffernfolge hinter dem Komma heißt Mantisse.[xxix] Ein Logarithmus setzt sich also aus Kennziffer und Mantisse zusammen.[xxx]
„*Die Logarithmen der Numeri zwischen 1 und 10 liegen zwischen 0 und 1 und die der Numeri zwischen 10 und 100 zwischen 1 und 2.*"[xxxi]
Um nun Logarithmen von Zahlen $D = \mathbb{R} \setminus [1; 10]$ zu bestimmen, genügt die Kenntnis der Logarithmen für die Numeri zwischen 1 und 10, denn Logarithmen mit gleicher Ziffernfolge haben dieselbe Mantisse. Außerdem ist die Kennzahl leicht zu bestimmen: Die Stellenzahl des

Numerus vor dem Komma wird um 1 vermindert. So wird in Logarithmentafeln meist nur die Mantisse angegeben.[xxxii]

Hierzu ein Beispiel:

lg 2,912 = 0,4642	Die Mantisse ist immer gleich: 4642
lg 29,12 = 1,4642	
lg 291,2 (drei Ziffern) = **2**,4642	Die Kennzahl ist immer um 1 kleiner als die Stellenzahl
lg 2912 (vier Ziffern) = **3**,4642	des Numerus vor dem Komma.

2.2.1.2 Rechengesetze

Nachdem in die Grundbegriffe eingeführt wurde, sollen nun die vier wichtigen Rechengesetze[xxxiii] betrachtet werden, welche die Grundlage für das Rechnen mit dem slide rule bilden. Dieses basiert nämlich auf den Logarithmen, wobei u und v wie immer > 0 sein müssen.

1. $\mathbf{\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v}$

   d. h.: Den Logarithmus eines Produktes erhält man, indem man die Logarithmen der einzelnen Faktoren addiert.[xxxiv]

2. $\mathbf{\log_a(u : v) = \log_a u - \log_a v}$

   d. h.: Den Logarithmus eines Quotienten erhält man, indem man den Logarithmus des Divisors vom Logarithmus des Dividenden subtrahiert.[xxxv]

3. $\mathbf{\log_a u^n = n \cdot \log_a u}$

   d. h.: Den Logarithmus einer Potenz erhält man, indem man den Exponenten mit dem Logarithmus der Basis multipliziert.[xxxvi]

4. $\mathbf{\log_a{}^n u = {}^1/_n \cdot \log_a u}$

   d. h.: Den Logarithmus einer Wurzel erhält man, indem man den Logarithmus des Radikanden durch den Exponent der Wurzel dividiert.[xxxvii]

2.2.2 Das Prinzip des Rechenschiebers

Ausgehend von diesen Rechenregeln, stellt man fest, dass der Logarithmus eines Produkts durch die Summe der Mantissen der Logarithmen der einzelnen Faktoren berechnet werden kann. Der Stellenwert wird hierbei durch eine Überschlagsrechnung bestimmt. Folglich ist es ebenfalls möglich, durch die geometrische Aneinanderreihung von Mantissen ein Ergebnis zu erhalten.

Das ist das Prinzip des Rechenschiebers, der sogenannten *„graphischen Logarithmentafel“*[xxxviii]. Auf ihm sind die Mantissen für alle Zahlen zwischen 1 und 10 als Strecken aufgetragen.[xxxix,xl] So ist nur die Ziffernfolge von Bedeutung, während man den Stellenwert mit Hilfe einer zusätzlichen Überschlagsrechnung erhält. *„Da die Mantissen ungleichmäßig anwachsen, entsteht ein Maßstab mit ungleichmäßiger Teilung“*[xli], der aufgrund der Logarithmen mit 1 beginnt, denn **lg 1 = 0**.[xlii]

Nun finden die bereits aufgeführten Rechengesetze ihre Anwendung:
Das erste Gesetz $\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ zeigt, dass *„eine Addition der Logarithmen einer Multiplikation der Numeri gleichkommt“*[xliii]. Anschaulich bedeutet das auf der Skala eine Bewegung nach rechts – eine Streckenverlängerung. Logischerweise ergibt eine Streckenverkürzung dann eine Division ($\log_a(u : v) = \log_a u - \log_a v$).[xliv] Die Bewegung nach links ist also die Subtraktion von Strecken auf einer logarithmisch geteilten Skala und damit gleichbedeutend mit der Division der Numeri.
Ebenso ist bekannt, dass die Verdopplung eines Logarithmus den Numerus quadriert, und die Verdreifachung ihn in die dritte Potenz erhebt. Dieser Rechenvorgang wird dadurch erreicht, dass beim Potenzieren die Strecke mit sich selbst gemäß dem Exponenten multipliziert wird (Bsp.: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$). Hierzu sind jedoch meist Skalen (A, K) vorhanden, welche die Rechnung erheblich vereinfachen. Da sich die Mantissen bei gleicher Ziffernfolge in den Bereichen von 10^n, $n \in \mathbb{N}^+_0$, wiederholen, ist nur die Ziffernfolge von Bedeutung. Den Stellenwert erhält man mit Hilfe einer zusätzlichen Überschlagsrechnung.[xlv]

2.3 Die Funktionsweise des Rechenschiebers

2.3.1 Aufbau und Grundbegriffe

Nachdem in die mathematischen Grundlagen eingeführt wurde, soll nun der Rechenschieber selbst betrachtet werden.

Der Rechenstab besteht aus drei Teilen: dem Stabkörper, der beweglichen Zunge, und dem Läufer.[xlvi]
Auf dem Rechenschieber sind verschiedene Skalen (auch Leitern[xlvii]/Teilungen[xlviii]) aufgetragen, die sich je nach Modell unterscheiden.

Die Skalen A, B, C und D sind jedoch fast überall vorhanden; so auch auf dem Aristo Nr. 0903 Scholar (Skalenlänge: 25cm) – ein gängiges Modell, welches nun als Vorlage dienen soll:

Der Stabkörper trägt die festen Skalen L, K, A, D, S, ST und T; die Zunge die beweglichen Skalen B, CI und C.

Zunächst sollen nur die „Normal- oder Grundskalen", C und D, betrachtet werden.[xlix] Diese sind zwei identische logarithmische Skalen, die von 1 bis 10 laufen.[l]
Um effektiv mit dem Rechenstab arbeiten zu können, ist es notwenig, die Normalskalen und deren Unterteilung genau zu kennen:[li] Charakteristisch für die logarithmischen Skalen ist, dass nicht nur der Abstand der Hauptteilstriche sondern auch der Zwischenteilstriche nach rechts hin kleiner wird.[lii]

Die Zwischenteilstriche:

Bereich	Unterteilung
1 bis 2	1 Hundertstel
2 bis 4	2 Hundertstel
4 bis 10	5 Hundertstel

Weitere Zwischenwerte müssen also geschätzt werden.[liii] Zu beachten ist, dass der Stellenwert der Ziffern nicht berücksichtigt wird, sondern nur deren Ziffernfolge.[liv]
So wird beispielsweise die Zahl 1984 genauso eingestellt wie die Zahl 1,984. Dies geschieht durch den Anfangsstrich der C-Skala (C1), der soweit nach rechts verschoben wird, bis C1 auf den Wert der D-Skala zeigt.

2.3.2 Rechenoperationen

Nach den mathematischen Grundlagen und einer grundsätzlichen Beschreibung des Rechenschiebers, folgt nun die Erläuterung verschiedener Rechenoperationen. Hierbei können nicht alle Funktionen dargestellt werden, da dies den Rahmen bei weitem überschreiten würde.

2.3.2.1 Multiplikation

Addition und Subtraktion können in Ermangelung zweier linearer Skalen nicht durchgeführt werden. So soll nun die Multiplikation erläutert werden:

Wie in Punkt 2.2.1.2 bereits gezeigt, erhält man den Logarithmus eines Produktes, indem man die Logarithmen der einzelnen Faktoren addiert.[lv, lvi] Da die Mantissen der Logarithmen auf der Normalskala aufgetragen sind, wird also durch geometrische Addition der Strecken eine Multiplikation ausgeführt. Hierbei wird nach folgendem Schema vorgegangen:[lvii]

Zuerst wird der Anfangsstrich der C-Skala (C1) an den ersten Faktor (hier: a = 2) auf der D-Skala angelegt. Hierauf stellt man den zweiten Faktor (hier: b = 4) mit Hilfe des Hauptstrichs des Läufers auf der C-Skala ein. Nun kann das Ergebnis (hier: c = 8) unter dem Läuferstrich auf der D-Skala abgelesen werden.

- feste Skala – bewegliche Skala – feste Skala

Entweder vor oder nach dem Stabrechnen muss eine Überschlagsrechnung mit gerundeten Zahlen durchgeführt werden, welche den Stellenwert[lviii] klärt. Außerdem ist es häufig notwendig mit einer Hilfsrechnung die letzte Stelle der Ziffernfolge zu bestimmen, da dies mit dem Rechenstab allein nicht immer möglich ist.[lix] Hierbei werden die beiden letzten Ziffern der Faktoren multipliziert.

Beispiel: 27 ·34 = 9 – 1 – ?

- 7 ·4 = 2**8**

8 ist die Ziffer, die nicht mehr auf dem Rechenschieber abzulesen ist.

- 27 ·34 = 9 – 1 – **8** → 918

Kann das Ergebnis nicht ermittelt werden (z. B.: 3 ·5 = 15, oder auch 53 ·68 = 3604), weil der zweite Faktor auf der C- Skala über die D- Skala hinausreicht, so muss *„die Zunge nach links durch den Stabkörper durchgeschoben“*[lx] und der Endstrich der C-Skala (C10) auf den ersten Faktor der D-Skala angelegt werden. Das Ergebnis wird - wie gewohnt - mit Hilfe des auf den zweiten Faktor eingestellten Läuferhauptstrichs auf der D-Skala abgelesen.[lxi]
Diese Problematik, ob C1 oder C10 zu verwenden ist, kann schon vor der Rechnung erkannt werden, indem man eine Hilfsrechnung mit den ersten Ziffern der beiden Faktoren durchführt. Ist deren Produkt größer als 10, wird statt mit dem Anfangsstrich mit dem Endstrich eingestellt.[lxii]

2.3.2.2 Division

Eine „verkehrte“ Multiplikation ist die Division, denn sie sind *„einander entgegengesetzte Rechenvorgänge“*[lxiii]. Das bedeutet, dass mit dem Rechenschieber statt einer Addition eine Subtraktion durchgeführt wird:[lxiv] Der Dividend (hier: c = 8) wird mit dem Läuferstrich auf der D-Skala eingestellt. Unter den Läuferstrich wird nun der Divisor (hier: b = 4) der C-Skala geschoben und das Ergebnis (hier: c = 2) unter C1 auf der D-Skala abgelesen. Wenn es nicht möglich ist, das Ergebnis unter dem Anfangsstrich C1 abzulesen, so steht der Wert unter dem Endstrich C10.[lxv]
Sollen mehrere Rechenvorgänge hintereinander ausgeführt werden, muss man die einzelnen Zwischenergebnisse nicht ablesen, sondern kann sie mit dem Läufer festhalten. Um unnötige Zungenverschiebungen, die Fehlerquellen darstellen, zu vermeiden, empfiehlt es sich bei kombinierten Rechenoperationen stets mit einer Division zu beginnen.[lxvi]

Zur einfachen Errechnung von Kehrwerten wurde die CI-Skala erfunden. Diese sogenannte „Reziprokskala“[lxvii], die auf der Zunge mit roter Farbe hervorgehoben ist, besitzt die gleiche Unterteilung wie die C/D-Skala, läuft aber entgegengesetzt zu ihr. *„Mit Beachtung des Stellenwertes (durch Überschlag!) ergibt sich so auf der reziproken Leiter [...]zu jeder Zahl x sofort die reziproke Zahl $^1/_x$“*.[lxviii] Sucht man z.B. den Kehrwert von 2, so stellt man 2 auf der C/D-Skala mit dem Läufer ein, und liest den Kehrwert ½ auf der CI-Skala ab.
Außerdem kann mit der CI-Skala eine Multiplikation in eine Division (und umgekehrt) verwandelt werden, was in einigen Fällen einen Vorteil bringt.[lxix]

Eine sehr praktische Anwendung des Rechenschiebers ist das Berechnen von Proportionen, denn nach einmaligem Einstellen können so verschiedene Werte abgelesen werden.[lxx]

Ein Beispiel für maßstabsgetreues Zeichnen:

Maßstab	1:125
Reale Längen	25m, 28m, 56m, 112m

Man stellt C1 bzw. C10 auf den Wert 125 der D-Skala. Unter Verwendung des Läufers wird nun 25 (bzw.: 38, 56, 112) auf der D-Skala eingestellt, und das Ergebnis unter Beachtung der Kommasetzung unter dem Läuferstrich auf der C-Skala abgelesen.
Umwandlung:

von:	in:
25m	20cm

38m	30,4cm
55m	44,9cm
112m	89,6 cm

2.3.2.3 Potenzieren und Radizieren

Um mit dem Rechenschieber zu potenzieren oder zu radizieren, wird die Zunge nicht benötigt, anders als bei Multiplikation und Division. Stattdessen finden hier die Skalen A und K ihre Verwendung.

Die A-Skala ist an der rechten Seite mit x^2 bezeichnet, die K-Skala mit x^3. Beide sind ebenfalls im logarithmischen Maßstab geteilt, nur sind jetzt äquivalente Skalen auf derselben Länge untergebracht: Die A-Skala reicht von 1-100, die K-Skala von 1-1000. Die auf der D-Skala ausgeführte Rechnung wird also auf der A-Skala quadriert, und auf der K-Skala kubiert.[lxxi]

Dazu stellt man die Grundzahl mit dem Läufer auf der D-Skala ein und liest das Ergebnis einfach unter dem Läuferstrich auf der A- oder K-Skala ab.

Umgekehrt dazu verläuft das Radizieren: Der Radikand wird mit dem Läuferstrich auf den Skalen A oder K eingestellt, und das Ergebnis auf der D-Skala abgelesen.

Es wird also deutlich, dass auch das Potenzieren und Radizieren zwei einander entgegengesetzte Rechenvorgänge sind, denen das gleiche Prinzip zu Grunde liegt.[lxxii]

Wie bereits gezeigt, werden jedoch beim Rechenschieber nur die Mantissen und nicht der Stellenwert der Zahlen angegeben. Um diesen zu ermitteln, muss zwischen der Verwendung der A- und K-Skala differenziert werden:

Soll eine Zahl $D = \mathbb{R} \setminus [1; 10]$ quadriert werden, muss man das Komma so verschieben, dass links davon nur eine Ziffer steht. Nach dem Ablesen wird diese Ungenauigkeit durch nochmaliges Versetzen des Kommas behoben: Man verschiebt das Komma der Quadratzahl um die doppelte Stellenzahl und in entgegengesetzte Richtung.[lxxiii]

Beispiel zum Quadrieren: $17{,}5^2$

Kommaverschiebung um 1 nach links: $1{,}75^2$

Wert auf der A-Skala: 3,0625

Kommaverschiebung um 2 nach rechts: 306,25

Das Radizieren verläuft wieder in entgegengesetzter Richtung:
Soll die Quadratwurzel einer Zahl D = IR\ [1; 100] gezogen werden, muss das Komma jeweils um zwei Stellen versetzt werden, bis die Zahl einen Wert zwischen 1 und 100 erreicht. Für das exakte Ergebnis wird das Komma um die Hälfte der Stellen zurückverschoben.[lxxiv]
Soll eine Zahl kubiert D = IR \ [1; 10]werden, so ist das Komma wie beim Quadrieren so zu verschieben, bis nur noch eine Ziffer links des Kommas steht. Um die Lösung zu erhalten, muss das Komma aber um drei Stellen in die entgegengesetzte Richtung verschoben werden.

Soll die Kubikwurzel einer Zahl D = IR \ [1; 10] gezogen werden, wird das Komma um jeweils drei Stellen versetzt, bis die Zahl eine Wert zwischen 1 und 1000 annimmt. Nach dem Radizieren wird das Komma natürlich um ein Drittel der Stellen in entgegengesetzter Richtung verschoben.[lxxv]

Bei allen Rechnungen mit Skala A kann auch die ihr identische, logarithmische Skala B verwendet werden, die auf der Zunge an A entlang gleitet. Jedoch sollte dann statt mit Skala D mit der ebenfalls auf der Zunge befindlichen Skala C gerechnet werden, um Fehlerquellen durch unkorrektes Einstellen zu vermeiden.

Um mit höheren Potenzen zu rechnen, verwendet man die Logarithmenskala L. Diese ist eigentlich die „*Grundlage des gesamten Rechenschiebers, auf der sich alle weiteren Skalen aufbauen*“[lxxvi]. So ist sie tatsächlich die einzige, linear geteilte Skala des Rechenschiebers.[lxxvii]
Da die Intervalle bis auf 0,002 unterteilt sind, kann man die Mantissen auf der L-Skala auf drei Dezimalstellen genau ablesen.[lxxviii]
Das wird zum Potenzieren und Radizieren mit der L-Skala nach dem Gesetz $\log_a u^n = n \cdot \log_a u$ genutzt:[lxxix]

$\mathbf{x = 2{,}56^6}$	Erläuterung:
$\lg 2{,}56 = 0{,}408$	2,56 mit Läufer auf D einstellen, ablesen von 0,408 auf L
$6 \cdot \lg 2{,}56 = 2{,}449$	Multiplikation: 6 ·408
$10^{0{,}449} = 2{,}81$	Mantisse 0,449 auf L einstellen, Ergebnis 2,81 auf D ablesen
2,81 → **281**	Kennzahl ist 2, deshalb 3 Stellen vor dem Komma[lxxx]

2.3.2.4 Geometrische Berechnungen

Unterhalb der Normalskala D befinden sich die drei trigonometrischen Skalen S, ST und T, die mit den Skalen C/D korrespondieren.

Auf der S-Skala sind die Logarithmen der zehnfachen Sinuswerte der angeschriebenen Winkel von 5,5° bis 90° aufgetragen, wobei C1 über 5,74° liegt, weil sin 5,74° = 0,1.[lxxxi]

Zur Ermittlung von Sinuswerten kleiner Winkel (0,574° < α < 5,74°) verwendet man die Skala ST, die im Bogenmaß[lxxxii] geteilt ist. Da Bogenmaß und Gradmaß proportional sind, kann mit der Skala ST das Bogenmaß zu jedem Winkel ermittelt werden, denn $\sin \alpha \cong \text{arc}\ \alpha \cong \tan \alpha$ für $\alpha < 6°$.

Kosinuswerte für Winkel $\alpha < 6°$ müssen wegen der Näherung $\cos \alpha \cong 1$ nicht besonders errechnet werden.[lxxxiii]

Beispiel:

sin 2,4° = tan 2,4° = 0,0419 cos 2,4° = 0,999 ≅ 1

Durch die Beziehung: **$\cos \alpha = \sin (90° - \alpha)$** können mit der S- und ST-Skala auch die Kosinuswerte errechnet werden. Bei vielen Rechenschiebern ist dies jedoch nicht nötig, da die Komplementwinkel bereits in roter Farbe auf der S-Skala aufgetragen sind.[lxxxiv]

Die Logarithmen der zehnfachen Tangenswerte für die Winkel von 5,5° bis 45° befinden sich auf der T-Skala, wobei C1 über 5,71° liegt und C10 über 45°, da tan 45° = 1.[lxxxv]

Für Winkel von 45° bis 84,3° werden die Werte durch die Beziehung: **$\tan \alpha = \cot (90° - \alpha)$** errechnet, wenn die Skala T nicht ebenfalls in rot mit den Komplementwinkeln beschriftet ist.

Das Prinzip, nach dem die drei Skalen arbeiten, ist ähnlich zum Prinzip beim Potenzieren und Wurzelziehen: Der jeweilige Winkelwert wird mit dem Läufer auf den Skalen S, ST oder T eingestellt, und dessen zugehöriger Sinus-, Kosinus- oder Tangenswert auf der D-Skala abgelesen.[lxxxvi, lxxxvii]

2.3.2.5 Spezialrechenschieber

Im Laufe der Zeit werden immer neue Skalen zur Vereinfachung der Rechenoperationen mit dem Rechenschieber gefunden.

So werden zum Beispiel die Skalen C/D um π verschoben, die sogenannten CF/DF-Skalen, womit es dann besonders einfach ist, Kreisberechnungen durchzuführen.

Bei kaufmännischen Rechenschiebern sind diese CF/DF-Skalen um 3,6 versetzt, was Zinsrechnungen deutlich vereinfacht.
Des weiteren wird die Pythagoreische Skala $y = [1-(0,1x)^2]^{½}$ für Vektorenrechnung, oder die Exponentialskalen zur Berechnung von Exponential–Funktionen mit positiven/negativen Exponenten hinzugefügt.[lxxxviii]
Für viele Berufsgruppen gibt es Spezialrechenschieber - den „Mathema“, „Stahlbeton“, „Elektro“, „Textil“, „Betonkontrolle“, „Tachymeter“, „Schweißtechnik“, „Demegraph“ oder „Maschinenzeit“ - mit ihren eigenen Spezialskalen.[lxxxix]

3 Der Rechenschieber in der heutigen Zeit

1962 schreibt die Dennert & Pape AG in der Festschrift zu ihrem 100-jährigen Jubiläum unter der Überschrift „Blick in die Zukunft“:

„Die handelsüblichen Rechenstäbe sind in den seltensten Fällen das Werk eines einzelnen, sondern entstehen aus der Zusammenarbeit von Herstellern und Rechenstabbenutzern aus den verschiedensten Berufssparten. Einen Stillstand der Entwicklung wird es nie geben, und der menschliche Geist wird immer wieder Wege finden, wie er seine rechnerischen Probleme vereinfachen kann. Der Rechenstab spielt dabei eine wichtige Rolle.“[xc]

Das Ende der Rechenschieber-Ära ist schon spürbar: Nach der Erfindung des Transistors 1947 wird immer deutlicher, dass sich die Elektronikindustrie im unaufhaltsamen Aufstieg befindet, und der mechanische Rechenschieber veralten wird. Schon im Jahr 1967 kommen die ersten Taschenrechner der amerikanischen Firma Hewlett & Packard auf den Markt, die aber wegen ihres hohen Preises und der geringen Anwendungsmöglichkeiten noch keine Gefahr für den Rechenschieber darstellen.[xci] In den nächsten Monaten werden die Taschenrechner in ihren Funktionen erweitert und immer mehr verbilligt. Dies führt dazu, dass die Rechenstabhersteller ab 1970 deutliche Einbußen zu verzeichnen haben und sich bald nur noch dank der Schulen halten können, welche die Anschaulichkeit beim Erlernen von Logarithmen und natürlich auch den niedrigeren Preis schätzen. Als um 1975 auch dieser Kundenkreis wegfällt, bedeutet dies das Ende des Rechenschiebers – *„dem Symbol der Technologie und des Ingenieurwesens“*[xcii]. Fast alle Firmen stellen innerhalb weniger Monate ihre Produktion ein.[xciii]

Heute lebt der Rechenschieber eigentlich nur noch in Sammlerkreisen wie der „Oughtred-Society“ fort, die zwar wenige Mitglieder haben, aber sehr aktiv sind; so geben sie zum Beispiel regelmäßig Magazine heraus, oder organisieren jährliche internationale Treffen für Rechenschieber- und Rechenmaschinensammler.

Eigentlich allen Rechenschiebern liegt das bereits erklärte System „Mannheim“ zu Grunde: Die Quadratskalen A!B und das Grundskalenpaar C!D, trigonometrische Skalen auf der Zungen-Rückseite, sowie der von ihm wieder eingeführte Läufer.

Max Rietz entwickelt 1902 das System Mannheim weiter. Der deutsche Ingenieur fügt die Skalen K, L, CI und ST hinzu. Dieses System „Rietz“ ist bis 1935 das gängige System, und wird von fast allen namhaften Herstellern angeboten.[xciv]

1935 kommt das System „Darmstadt“, nach dem Ort seiner Entstehung benannt, auf den Markt. Dies ist eine Entwicklung des Direktors des Instituts für Praktische Mathematik an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Angepasst an die Praxis, sind die Skalen neu geordnet: Die L-Skala ist auf die obere abgeschrägte Kante verlegt, die S- und T- Skalen auf die untere Schmalkante. Den freiwerdenden Platz auf der Zungenrückseite nehmen die drei positiven Exponentialskalen LL1, LL2, LL3 ein. Hinzu kommt noch die pythagoreische Skala P unter C!D.[xcv]

Die Notwendigkeit, den vorhanden Raum maximal auszunützen, beruht darauf, dass in Deutschland immer noch der Einseitenrechenschieber Standard ist. Als dann Anfang der 1950er Jahre der Doppel-Rechenschieber (meist als „Duplex“ bezeichnet; bei Aristo: „Studio“) aufkommt, werden immer komplexere Rechenschieber möglich.[xcvi]

Früher werden fast alle Rechenschieber aus Holz hergestellt; vor allem aus dem strukturlosen, gelbbraunen Buchsbaumholz, das wegen seines dichten Gefüges besonders geeignet ist.
Man beginnt jedoch schon um 1790 die ersten Rechenschieber aus Messing zu fertigen. Diese sind besonders robust und können sich bei unsachgemäßer Verwahrung nicht wie Holz verziehen. Das ist besonders in der Nautik von Vorteil.
Als man Ende des 19. Jahrhunderts für Rechenschieber Zelluloidfurniere auf Holz verwendet, setzen sich die harten Mahagoni- und Birnbaumhölzer durch; in Japan verarbeitet man Bambus. Mitte der 1940er Jahre wechseln fast alle Hersteller auf Kunststoff.[xcvii]

Ab 1949 wird an den meisten Schulen mit den Rechenschiebern der „Scholar“-Reihe (z.B.: Scholar LL: „Scholar“, erweitert mit Logarithmenskalen) unterrichtet.[xcviii]

Das Ende der Entwicklung um 1975 zeigt der „Novo Duplex“ von Faber-Castell:[xcix]

Faber-Castell „Novo Duplex“ 2/83 N; Länge: 25cm; Kunststoff; Doppelseitenstab.

Das „Flagschiff“[c] der Faber-Castell AG trägt 30 Skalen. Darunter auch *„verlängerte Skalen (Wurzelskalen W, W’, bei Wurzel 10 abgebrochen) an den Gleitfugen der Rückseite angeordnet.“*[ci] Mit Hilfe dieser Skalen ist die größtmögliche Genauigkeit der Ergebnisse zu erreichen.

4 Literaturverzeichnis

1. Barth, F., Mühlbauer, P., Nikol, Dr. F., Wörle, K.:
„Mathematische Formeln und Definitionen“
München; Bayerischer Schulbuch-Verlag, J. Lindauer Verlag (Schaefer); 6. Auflage 1994

2. Craenen, Guus: „Albert Nestler: Innovation und Qualität“ (Seite 119-135)
in: Konrad-Klein, Kühn, Petzold (Hrsg.): „7. Internationales Treffen für Rechenschieber- und Rechenmaschinensammler IM 2001“ (Tagungsbroschüre); München; August 2001

3. Dennert & Pape (Hrsg.):
„100 Jahre Dennert & Pape · ARISTO-Werke“
München; 1962

4. Faber, A. W. (Hrsg.): „Anleitung zum Gebrauche der A. W. Faber Rechenstäbe“
Stein bei Nürnberg; 7. Auflage 1917

5. Faber-Castell, A. W. (Hrsg.): „Rechenstäbe“
Stein bei Nürnberg; o. J.

6. Jezierski, Dieter von: „Rechenschieber – eine Dokumentation“
Stein; Eigenverlag; 1997

7. Jezierski, Dieter von: „Slide Rules – A Journey Through Three Centuries“
Mendham, NJ; Astragal Press; 2000

8. Lehmann, Dr. Helmar: „Der Rechenstab und seine Verwendung“
Fachbuchverlag Leipzig; 3. Auflage 1970

9. Musil, Robert: „Der Mann ohne Eigenschaften“
Reinbek bei Hamburg; Rowohlt Verlag; 1978

10. Schmid, August (Hrsg.): „Algebra Bayern 10“
Stuttgart; Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH; 1. Auflage 1994

11. Schröter, Gerhard und Charlotte: „Rechnen mit dem Rechenstab“
Braunschweig; Georg Westermann Verlag; 2. Auflage 1969

12. Stender, Richard: „Der moderne Rechenstab“
Hamburg; Otto Salle Verlag; 5. Auflage 1960

13. Stender, Richard, und Schuchardt, Waldemar: „ Der moderne Rechenstab“
Hamburg und Frankfurt/Main, Otto Salle Verlag; 9. Auflage 1967

14. Strubecker, Karl: „Einführung in die höhere Mathematik, Band I: Grundlagen“
München; R. Oldenbourg; 2. Auflage 1966

15. http://www.giovannipastore.it/index_deutsch.htm

16. http://www.joernluetjens.de/sammlungen/rechenschieber/rechenschieber1.htm

17. http://www.im2001.de/

18. http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/History/ausstell/rechenschieber/index.html

19. http://www.hh.schule.de/metalltechnik-didaktik/users/luetjens/rechenschieber/schule/rs10.htm

20. http://members.tripod.com/sfabel/mathematik/epochen_barock.html

21. http://www.uni-greifswald.de/~wwwmathe/RTS/rsgeschicht.html

---

[i] Musil, Robert: „Der Mann ohne Eigenschaften"; Reinbek bei Hamburg; Rowohlt Verlag; 1978; Seite 37.
[ii] Vgl.: Schmid, August (Hrsg.): „Algebra Bayern 10"; Stuttgart; Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH; 1. Auflage 1994; (im Folgenden bezeichnet als: Algebra 10), Seite 81.
[iii] Vgl.: Lehmann, Dr. Helmar: „Der Rechenstab und seine Verwendung"; Fachbuchverlag Leipzig; 3. Auflage 1970; (im Folgenden bezeichnet als: Lehmann), Seite 237.
[iv] Vgl.: Dennert & Pape (Hrsg.): „100 Jahre Dennert & Pape · ARISTO-Werke"; München; 1962; (im Folgenden bezeichnet als: Dennert & Pape), Seite 50.
[v] Vgl.: Strubecker, Karl: „Einführung in die höhere Mathematik, Band I: Grundlagen"; München; R. Oldenbourg; 2. Auflage 1966; (im Folgenden bezeichnet als: Strubecker), Seite 774.
[vi] Jezierski, Dieter von: „Rechenschieber – eine Dokumentation"; Stein; Eigenverlag; 1997; (im Folgenden bezeichnet als: Jezierski), Seite 3.
[vii] Jezierski, Seite 6.
[viii] Jezierski, Seite 7.
[ix] Vgl.: Jezierski, Seite 7.
[x] Vgl.: Dennert & Pape, Seite 51.
[xi] Vgl.: Strubecker, Seite 774.
[xii] Vgl.: Dennert & Pape, Seite 50.
[xiii] Vgl.: Jezierski, Seite 10.
[xiv] Vgl.: Dennert & Pape, Seite 55.
[xv] Vgl.: Jezierski, Seite 15.
[xvi] Vgl.: Strubecker, Seite 774.
[xvii] Vgl.: Stender, Richard: „Der moderne Rechenstab"; Hamburg; Otto Salle Verlag; 5. Auflage 1960; (im Folgenden bezeichnet als: Stender I), Seite 120.
[xviii] Vgl.: Jezierski, Seite 12.
[xix] Vgl.: Jezierski, Seite 15.
[xx] Später: „Faber-Castell".
[xxi] Vgl.: Craenen, Guus: „Albert Nestler: Innovation und Qualität" (Seite 119-135); in: Konrad-Klein, Kühn, Petzold (Hrsg.): „7. Internationales Treffen für Rechenschieber- und Rechenmaschinensammler IM 2001" (Tagungsbroschüre); München; August 2001; (im Folgenden bezeichnet als: Craenen), Seite 120.
[xxii] Vgl.: Jezierski, Seite 14.
[xxiii] Vgl.: Jezierski, Seite 16 ff.
[xxiv] Vgl.: Jezierski, Seite 17.
[xxv] Vgl.: Lehmann, Seite 14.
[xxvi] Logos arithmos (griech.): Verhältniszahl. Vgl.: Algebra 10, Seite 57.
[xxvii] Vgl.: Algebra 10, Seite 57.
[xxviii] Vgl.: Lehmann, Seite 20.

[xxix] Vgl.: Schröter, Gerhard und Charlotte: „Rechnen mit dem Rechenstab“; Braunschweig; Georg Westermann Verlag; 2. Auflage 1969; (im Folgenden bezeichnet als: Schröter), Seite 141.
[xxx] Vgl.: Stender I, Seite 14.
[xxxi] Lehmann, Seite 26.
[xxxii] Vgl.: Lehmann, Seite 27 ff.
[xxxiii] Vgl.: Barth, F., Mühlbauer, P., Nikol, Dr. F., Wörle, K.: „Mathematische Formeln und Definitionen“; München; Bayerischer Schulbuch-Verlag, J. Lindauer Verlag (Schaefer); 6. Auflage 1994; Seite 16.
[xxxiv] Vgl.: Lehmann, Seite 17.
[xxxv] Vgl.: Lehmann, Seite 17.
[xxxvi] Vgl.: Lehmann, Seite 20.
[xxxvii] Vgl.: Lehmann, Seite 20.
[xxxviii] Stender I, Seite 14.
[xxxix] Vgl.: Stender I, Seite 14.
[xl] Denn wie bereits gezeigt, genügt für IRdie Kenntnis der Logarithmen für die Numeri zwischen 1 und 10, weil Logarithmen mit gleicher Ziffernfolge dieselbe Mantisse haben.
[xli] Schröter, Seite 143.
[xlii] Vgl.: Lehmann, Seite 38.
[xliii] Lehmann, Seite 39.
[xliv] Vgl.: Lehmann, Seite 41.
[xlv] Vgl.: Schröter, Seite 143 ff.
[xlvi] Vgl.: Schröter, Seite 11.
[xlvii] Vgl.: Stender I, Seite 17.
[xlviii] Vgl.: Lehmann, Seite 44.
[xlix] Vgl.: Stender I, Seite 17.
[l] Siehe Punkt 2.2.2: Das Prinzip des Rechenschiebers.
[li] Vgl.: Stender, Richard, und Schuchardt, Waldemar: „ Der moderne Rechenstab“; Hamburg und Frankfurt/Main, Otto Salle Verlag; 9. Auflage 1967; (im Folgenden bezeichnet als: Stender II), Seite 6.
[lii] Vgl.: Stender II, Seite 6.
[liii] Vgl.: Stender I, Seite 17.
[liv] Vgl.: Schröter, Seite 28.
[lv] Vgl.: Lehmann, Seite 17.
[lvi] $\lg (a \cdot b) = \lg a + \lg b = \lg c$.
[lvii] Vgl.: Schröter, Seite 55.
[lviii] Vgl.: Mit dem Rechenstab wird nicht der Stellenwert, sondern nur die Ziffernfolge bestimmt.
[lix] Vgl.: Schröter, Seite 58.
[lx] Schröter, Seite 52.
[lxi] Vgl.: Schröter, Seite 52.
[lxii] Vgl.: Schröter, Seite 50.
[lxiii] Schröter, Seite 63.
[lxiv] $\lg (c : b) = \lg c - \lg b = \lg a$.
[lxv] Vgl.: Lehmann, Seite 41.
[lxvi] Vgl.: Lehmann, Seite 89.
[lxvii] Reziprok (lat.): Wechselseitig.
[lxviii] Strubecker, Seite 784.
[lxix] Vgl.: Strubecker, Seite 784.
[lxx] Vgl.: Faber, A. W. (Hrsg.): „Anleitung zum Gebrauche der A. W. Faber Rechenstäbe“; Stein bei Nürnberg; 7. Auflage 1917; Seite 9.
[lxxi] Vgl.: Lehmann, Seite 91.
[lxxii] Vgl.: Lehmann, Seite 100.
[lxxiii] Vgl.: Schröter, Seite 106.
[lxxiv] Vgl.: Schröter, Seite 102.
[lxxv] Vgl.: Schröter, Seite 94.
[lxxvi] Lehmann, Seite 173.
[lxxvii] Siehe Punkt 2.2.2: Das Prinzip des Rechenschiebers.
[lxxviii] Siehe Punkt 2.2.1.1: Mathematische Grundbegriffe.
[lxxix] Siehe Punkt 2.2.1.2: Rechengesetze.
[lxxx] Zur Berechnung des Stellenwertes: Siehe 2.2.1.1: Mathematische Grundbegriffe.
[lxxxi] Vgl.: Stender I, Seite 51.
[lxxxii] Arcus (lat.): Kreisbogen eines Winkels.
[lxxxiii] Vgl.: Lehmann, Seite 158.
[lxxxiv] Vgl.: Stender II, Seite 44.
[lxxxv] Vgl.: Stender II, Seite 45.

[lxxxvi] Vgl.: Stender II, Seite 43.
[lxxxvii] Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass jeweils der zehnfache Sinus- bzw. Tangenswert angegeben ist.
[lxxxviii] Vgl.: Faber-Castell, A. W. (Hrsg.): „Rechenstäbe"; Stein bei Nürnberg; o. J.; (im Folgenden bezeichnet als: Faber), Seite 6 f.
[lxxxix] Vgl.: Faber, Seite 25 ff.
[xc] Aristo, Seite 66.
[xci] Vgl.: Jezierski, Seite 91
[xcii] http://www.giovannipastore.it/index_deutsch.htm
[xciii] Vgl.: Craenen, Seite 127
[xciv] Vgl.: Jezierski, Seite 39.
[xcv] Vgl.: Jezierski, Seite 38.
[xcvi] Vgl.: Jezierski, Seite 39.
[xcvii] Vgl.: Jezierski, Seite 30ff.
[xcviii] Vgl.: Jezierski, Seite 50.
[xcix] Vgl.: http://www.joernluetjens.de/sammlungen/rechenschieber/rechenschieber1.htm
[c] Interview mit Dieter von Jezierski am 07. Januar 2004.
[ci] Jezierski, Seite 63.