FABER-CASTELL

ANLEITUNG

CASTELL

Präzisions-Rechenstäbe

Novo-Duplex

Nr. 2/83, 62/83

$\sqrt[3]{27}$

$3250/41 \quad . \quad D = \frac{\pi\, 32^2}{4}$

INHALTSÜBERSICHT

Skalen des Rechenstabes

Alle Skalen sind auf die Grundskalen C und D bezogen und tragen am rechten Stabende die mathematische Formelbezeichnung, die auf die Bezifferung der Grundskalen ausgerichtet ist.
Der den Stab gänzlich umfassende Läufer ermöglicht eine Verbindung des Rechnungsganges über alle Skalen der Vorder- und Rückseite des Rechenstabes.

Die **Vorderseite** trägt folgende Skalen:	Kubenskala	K	x^3	oberer Körper
	1. Tangensskala	T_1	∢ tan 0,1 x (cot)	
	2. Tangensskala	T_2	∢ tan x (cot)	
	feste π-versetzte Skala	DF	πx	
	bewegliche π-versetzte Skala	CF	πx	Schieber
	reziproke π-versetzte Skala	CIF	$1 : \pi x$	
	reziproke Grundskala	CI	$1 : x$	
	bewegliche Grundskala	C	x	
	feste Grundskala	D	x	unterer Körper
	Bogenmaßskala für kleine ∢	ST	∢ arc 0,01 x	
	Sinusskala	S	∢ sin 0,1 x (cos)	
	pythagoreische Skala	**P**	$\sqrt{1-(0{,}1\,x)^2}$	
Die **Rückseite** trägt folgende Skalen:	Exponentialskalen für negative Exponenten	LL_{03}	e^{-x}	oberer Körper
		LL_{02}	$e^{-0{,}1\,x}$	
		LL_{01}	$e^{-0{,}01\,x}$	
	2. feste Wurzelskala	W_2	$\sqrt{10\,x}$	
	2. bewegliche Wurzelskala	W_2'	$\sqrt{10\,x}$	Schieber
	Mantissenskala	L	lg x	
	bewegliche Grundskala	C	x	
	1. bewegliche Wurzelskala	W_1'	$\sqrt{x}$	
	1. feste Wurzelskala	W_1	$\sqrt{x}$	unterer Körper
	Exponentialskalen für positive Exponenten	LL_1	$e^{0{,}01\,x}$	
		LL_2	$e^{0{,}1\,x}$	
		LL_3	e^{x}	

Das Ablesen der Skalen in 25 cm Teilungslänge bei 2/83: C, D, CF, DF, CI, CIF und bei 62/83: W_1 W_1' W_2 W_2'

Es ist zu merken:
Der Rechenstab zeigt nicht die Größenanordnung einer Zahl an. So kann also z. B. der auf dem Stab eingetragene Wert 6 sowohl 6; 0,6; 60; 600; 6000; 0,006 usw. bedeuten.* Die Stellung des Kommas wird durch Überschlagsrechnung mit abgerundeten Zahlen nachträglich ermittelt. In den meisten praktischen Aufgaben ist die Stellung des Kommas im voraus bekannt, so daß sich weitere Stellenwertsregeln erübrigen. Man macht sich die Unterteilung der Skalen am besten an den beiden Grundskalen C und D klar. Ist uns deren Einteilung vertraut, werden wir auch die übrigen Skalen verstehen.

Alle rot eingefärbten Skalen verlaufen entgegengesetzt (reziprok) von rechts nach links, oder es sind sogenannte Überteilungen, die das Weiterrechnen bei Grenzwerten ermöglichen, die gerade etwas unter 1 (Teilungsanfang) oder über 10 (Teilungsende) liegen.
Doch betrachten wir nun die Grundskalen C und D auf der Stabvorderseite, wobei für die Ablese- und Einstellübungen der lange Läuferstrich oder die Index-1 (Skalenanfang) bzw. Index-10 (Skalenende) benutzt werden.

von Leitzahl 1
zu Leitzahl 1,1

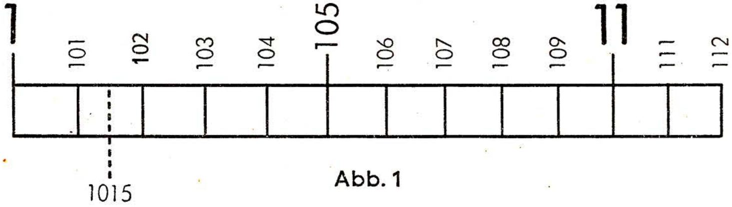


Abb. 1

Ausschnitt aus dem Teilungsbereich von 1 bis 2 (Skala C und D)
10 Unterabschnitte zu je
10 Intervallen
(= 1/100 oder 0,01 pro Teilstrich)

Hier lassen sich ohne weiteres 3 Stellen genau ablesen (z. B. 1-0-1). Durch **Halbieren** der Strecke zwischen 2 Teilstrichen kann man 4 Ziffern genau einstellen. (Z. B. 1-0-1-5). Die letzte Zahl ist dann immer eine 5.

von Leitzahl 3
zu Leitzahl 4

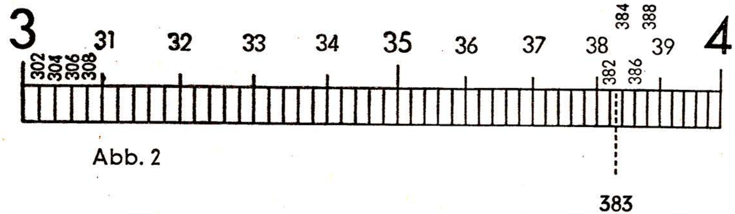


Abb. 2

Ausschnitt aus dem Teilungsbereich von 2 bis 4 (Skala C und D)
je 10 Unterabschnitte zu je
5 Intervallen
(= 1/50 oder 0,02 pro Teilstrich)

Hier lassen sich 3 Ziffern genau ablesen (3-8-2). Letzte Ziffer ist immer eine gerade Zahl (2, 4, 6, 8). Halbiert man die Zwischenräume, erhält man auch die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 (3-8-3).

von Leitzahl 8
zu Leitzahl 10

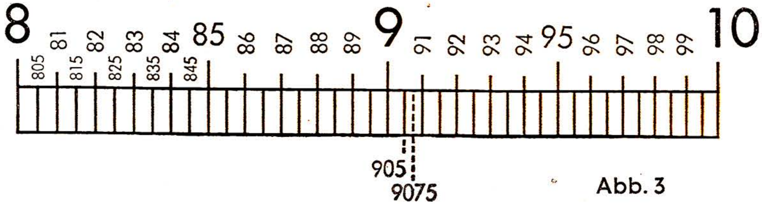


Abb. 3

Ausschnitt aus dem Teilungsbereich von 4 bis 10 (Skala C und D)
je 10 Unterabschnitte zu je
2 Intervallen
(= 1/20 oder 0,05 pro Teilstrich)

Hier kann man 3 Stellen genau ablesen, wenn die letzte Ziffer eine 5 ist (9-0-5). Durch Halbieren der Zwischenräume erhält man sogar 4 genaue Stellen. Die letzte Ziffer ist auch hier stets eine 5 (9-0-7-5).

* Eine Ausnahme bilden die Exponentialskalen S. 21 oben).

Das Ablesen der Skalen mit 50 cm Teilungslänge W_1 W_1' W_2 W_2' bei 2/83

Diese Skalen sind an den Schieberfugen der Stab-Rückseite angeordnet und verlaufen von 1-3,16 unten und 3,16-10 oben. Bei ihrem Gebrauch ist erhöhte Genauigkeit gegeben. Allerdings weichen sie in der Einteilung von den Skalen der 25 cm-Teilungslänge ab.

Teilungsbereich von 1—2

Dieser Abschnitt ist zunächst in **zehn** Unterabschnitte eingeteilt, die mit 1,1, 1,2, 1,3, 1,4... bis 1,9 beziffert sind. Jeder dieser Abschnitte ist wieder in **zehn** Unterteile zerlegt; nur stehen jetzt keine Bezifferungen dabei, da der Platz hierfür fehlt. Und zwischen diesen Teilstrichen endlich ist mit einem kleinen Strich auch noch die Mitte eingetragen. Man kann ablesen: 1-1-2-5; 1-3-1-5; 1-4-4-5; 1-5-2-5; 1-7-1-5... 1-9-7-5.

Teilungsbereich von 2—5

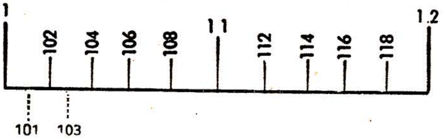
Auch hier besteht die erste Unterteilung wieder in **Zehnteln,** nur sind sie mit Ausnahme der Teilstriche für die Werte 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5 und 5 nicht beziffert. Die übrigen Zehntel muß man selbst erkennen, also die Werte 2,1; 2,2; 2,3... bis 4,7; 4,8; 4,9.

Zwischen diesen Zehnteln sind auch wieder Zehntel eingetragen, aber die Mitten zwischen ihnen sind nicht mehr bezeichnet. Man hat demnach, bei 2 beginnend und ohne das Komma zu benutzen, die folgenden Werte: 2-0-0; 2-0-1; 2-0-2; 2-0-3; 2-0-4; 2-0-5; 2-0-6; usw. bis 4-9-7; 4-9-8; 4-9-9; 5-0-0.

Beim Teilungsbereich von 5—10 sind zunächst wieder die **Zehntel** eingetragen; aber zwischen ihnen nur noch die **Fünftel.** Man hat danach bei 5 beginnend die folgenden Teilstriche vor sich: 5-0-0, 5-0-2, 5-0-4, 5-0-6, 5-0-8, 5-1-0, 5-1-2 usw. bis 9-9-6, 9-9-8, 1-0-0.

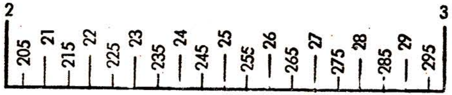
Das Ablesen der Skalen in 12,5 cm Teilungslänge bei 62/83: C, D, CF, DF, CI, CIF

Ausschnitt aus Teilungsbereich 1-2
Von Leitzahl 1 zu Leitzahl 1,2



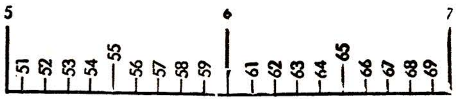
Hier lassen sich 3 Stellen genau ablesen. Die ungeraden Zahlen erhält man durch Halbieren der Zwischenräume (101, 103 usw.).

Ausschnitt aus Teilungsbereich 2-5
Von Leitzahl 2 zu Leitzahl 3



Hier kann man ebenfalls 3 Stellen genau ablesen, wenn die Endzahl eine 5 ist.

Ausschnitt aus Teilungsbereich 5-10
Von Leitzahl 5 zu Leitzahl 7



Hier kann man 2 Stellen genau ablesen, bzw. sind diese durch Teilstriche markiert.

Der Ablesestrich der Teilungen geht aber weit über diese Möglichkeiten hinaus. Die weiteren Zwischenwerte müssen jedoch abgeschätzt werden.

Die Multiplikation

a · b

Man verwendet vor allem die Hauptskalen C und D.

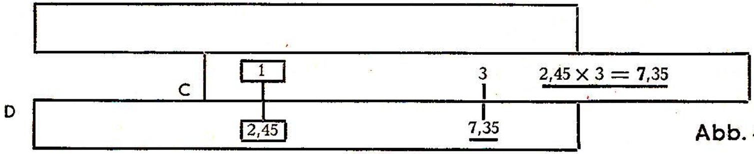


Abb. 4

Beispiel: 2,45 · 3 = 7,35

Man stellt 1 am Zungenanfang (**C** 1) über 2,45 der unteren Stabskala (**D** 245), bringt den Läuferstrich über 3 der unteren Zungenskala (**C** 3) und liest das Produkt 7,35 unter dem Läuferstrich auf der unteren Stabskala (**D** 735) ab.

Beispiel: 2,04 · 3,18 = 6,49. Man stellt C 1 über D 2,04, zieht den Läuferstrich über C 3,18 und liest gleichfalls unter dem Läuferstrich auf D das Ergebnis 6,49 ab.

Beispiel: 11,45 · 4,22 = 48,3. Man stellt C 1 über D 11,45, zieht den Läuferstrich über C 4,22 und liest gleichfalls unter dem Läuferstrich auf D das Ergebnis 48,3 ab.

Es kommt beim Rechnen auf den unteren Skalen C und D vor, daß die Zunge mit der Einstellung C 1 über 1. Faktor auf Skala D zu weit nach rechts heraussteht, so daß der 2. Faktor nicht mehr auf C eingestellt werden kann.

Durchschieben der Zunge

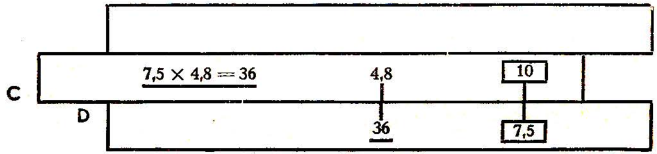


Abb. 5

Beispiel: 7,5 · 4,8 = 36

In diesem Fall schiebt man die Zunge nach links so weit durch, bis statt Zungenanfang **C** 1 das Zungenende **C** 10 über dem 1. Faktor auf Skala **D** steht.

Man nennt diesen Vorgang „Durchschieben der Zunge“. Man kann es vermeiden, wenn man im Bedarfsfall gleich **C** 10 (Zungenende) über den 1. Faktor stellt. Ein geübter Rechner weiß sofort, welche Einstellung er wählt, ob „Zungenanfang **C** 1 über 1. Faktor“ oder aber „Zungenende **C** 10 über 1. Faktor“.

Ubungsbeispiele: Einstellung „Zungenanfang C 1 über 1. Faktor“: 1,82 · 3,9 = 7,1; 0,246 · 0,37 = 0,091;
Einstellung „Zungenende C 10 über 1. Faktor“: 0,694 · 0,484 = 0,336; 213 · 0,258 = 54,95

Das „Durchschieben der Zunge“ ist bei den π-versetzten Skalen CF und DF in Zusammenarbeit mit C und D nicht erforderlich.

Die Division

Beispiel: 9,85 : 2,5 = 3,94

> Mit Hilfe des Läuferstrichs stellt man Zähler auf D und Nenner auf C gegenüber und kann unter Zungenanfang C 1 oder Zungenende C 10 das Ergebnis ablesen.

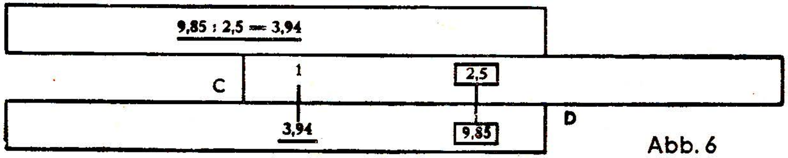


Abb. 6

Man schiebt zuerst den Läuferstrich über den Zähler 9,85 auf der unteren Stabkörperskala D, zieht dann den Nenner 2,5 (auf Teilung C) unter den Läuferstrich. Jetzt stehen sich Zähler und Nenner gegenüber und unter dem Zungenanfang C 1 kann man das Ergebnis 3,94 auf Skala D ablesen.

$$\boxed{\frac{a}{b}}$$

Ubungsbeispiele: 970 : 26,8 = 36,2; 285 : 3,14 = 90,7; 7500 : 835 = 8,98; 0,685 : 0,454 = 1,51; 68 : 258 = 0,264

Vereinigte Multiplikation und Division

$$\boxed{\frac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e \cdot f}}$$

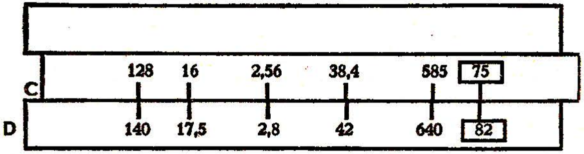
Beispiel: $\frac{13{,}8 \cdot 24{,}5 \cdot 3{,}75}{17{,}6 \cdot 29{,}6 \cdot 4{,}96} = 0{,}491$

Man beginnt stets mit der Division und läßt dann abwechselnd Multiplikation und Division folgen. Die Zwischenergebnisse brauchen nicht abgelesen zu werden. Man stellt also zuerst D 1-3-8 und C 1-7-6 mit Hilfe des Läuferstrichs gegenüber (Division). Das Ergebnis, angenähert 0,8 unter **C** 10 auf **D**, bleibt unabgelesen und wird sofort mit 24,5 multipliziert, indem man den Läuferstrich auf **C** 2-4-5 setzt. Das Ergebnis (rund 1-9 auf **D**) wird hierauf durch 29,6 dividiert, indem man den Läuferstrich festhält und **C** 2-9-6 darunter schiebt. Es folgt die Multiplikation des Ergebnisses (0,65 unter **C** 10 auf **D**) mit 3-7-5 und anschließend die Division durch 4,96 in gleicher Weise. Das Ergebnis 0,491 kann man dann unter **C** 10 auf **D** ablesen.

Ubungsbeispiele: $\frac{38{,}9 \cdot 1{,}374 \cdot 16{,}3}{141{,}2 \cdot 2{,}14} = 2{,}883$; $\frac{1{,}89 \cdot 7{,}68 \cdot 8{,}76}{0{,}723 \cdot 4{,}76} = 36{,}97$

Tabellenbildung

Man stellt bei der Tabellenbildung die jeweilige Parität ein und kann dann Umrechnungen von Maßen, Gewichten und anderen Einheiten untereinander durchführen. Ist die Einheit, z. B. 1 inch = 25,4 mm, bekannt, stellt man C 1 über den entsprechenden Wert; ist die Parität, z. B. 75 lbs. sind 34 kg, bekannt, stellt man auf C und D beide Werte gegenüber. Beispiel: Man will Yards in Meter umrechnen. 82 Yards sind 75 Meter.



Meter
Yards

Abb. 7

Man stellt **C** 75 über **D** 82. Damit ist eine Tabelle hergestellt und man kann ablesen: 42 Yards sind 38,4 m, 2,8 Yards sind 2,56 m; 640 Yards sind 585 m; 16 m sind 17,5 Yards; 128 m sind 140 Yards usw.

$$\boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}:\frac{e}{f}}$$

Übungs-beispiele	1 engl. Zoll = 25,4 mm (Parität 26″ = 66 cm). Stelle C 1 (linke 1 von C) über D 2-5-4 (2-5-4 auf D) und lies mit Hilfe des Läuferstrichs ab: 17 Zoll = 43,2 cm 38 Zoll = 96,5 cm	1 m Stoff kostet DM 45,—. Stelle C 1 über D 45 und lies mit Hilfe des Läuferstrichs ab: 3,20 m Stoff kosten DM 144,— 2,40 m Stoff kosten DM 108,—	Kursrelation 1 \$ = DM 4,—. Stelle C 10 über D 4-0-0 und lies mit Hilfe des Läuferstrichs ab: \$ 2.61 = DM 10,44 \$ 4.73 = DM 18,92

Wenn man beim Tabellenbilden einzelne Werte nicht mehr einstellen und ablesen kann, weil die Zunge zu weit heraussteht, behilft man sich wieder mit dem „Durchschieben der Zunge", d. h. man „hält die Einstellung fest", indem man den Läuferstrich über C 1 stellt. Anschließend schiebt man die Zunge durch, bis C 10 an Stelle von C 1 steht.

(Siehe auch Tabellenbildung mit den Teilungen CF, DF, CIF auf Seite 10!)

Rechnen mit der reziproken Teilung CI

Sie ist von 1—10 unterteilt, entspricht also im Teilungsbild den Teilungen C und D, verläuft aber in entgegengesetzter Richtung und ist daher rot eingefärbt. Ihre Anwendung ergibt verschiedene Rechenmöglichkeiten.

$$\boxed{\frac{1}{a}}$$

1. Sucht man zu einer gegebenen Zahl a den reziproken Wert 1 : a, stellt man diese auf C oder CI ein und liest darüber auf CI bzw. darunter auf C den reziproken Wert ab. Die Ablesung geschieht ohne Verstellung des Schiebers, allein durch Läufereinstellung bei Nullstellung des Stabes (C 1 genau über D 1).

   Beispiele: 1 : 8 = 0,125; 1 : 2 = 0,5; 1 : 4 = 0,25; 1 : 3 = 0,333.

2. Man kann mit den Skalen D und CI auch **multiplizieren.** Viele Stabrechner wenden diese Methode gern an.
Beispiel: $0{,}66 \cdot 20{,}25 = 13{,}37$.

Man geht wie bei der Division vor, d. h. stellt zuerst den Läuferstrich über 0,66 auf D, zieht dann 20,25 auf CI unter den Läuferstrich und kann nun das Produkt 13,37 auf D unter C 1 ablesen.

3. So einfach sind **Produkte mit mehreren Faktoren** zu lösen:

Beispiel: $0{,}66 \cdot 20{,}25 \cdot 2{,}38 = 31{,}8$.

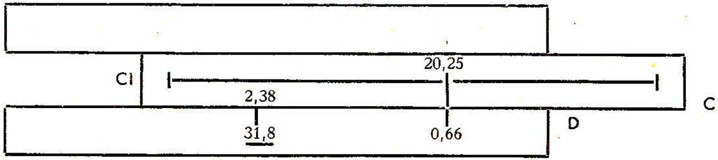


Abb. 8

$\boxed{a \cdot b \cdot c}$

Man multipliziert die beiden ersten Faktoren wie oben und hat mit C 1 über 13,37 (Zwischenergebnis) gleich die Einstellung für eine Multiplikation mit dem nächsten Faktor (nach der zuerst gelernten Methode auf S. 6 oben). Nun wird also der Läuferstrich über C 2,38 geschoben, Ergebnis 31,8 darunter auf D. Jetzt könnte man sofort wieder eine Multiplikation anschließen, indem man den nächsten Faktor auf CI unter den Läuferstrich schiebt und das Ergebnis unter C 1 (bzw. C 10) auf D abliest. Also abwechselnd Multiplikation mit Hilfe von D und CI (Methode s. oben) und anschließend mit Hilfe von C und D (erste Methode s. S. 6).
Liegen die Faktoren ungünstig, kann man den 3. Faktor auf C nicht einstellen. Dann behilft man sich mit dem Durchschieben der Zunge.

4. **Zusammengesetzte Multiplikation und Division**
kann ebenfalls mit der Teilung CI vorteilhaft gerechnet werden. Beispiel: $\frac{36{,}4}{3{,}2 \cdot 4{,}6} = 2{,}47$

Zuerst Division, also Läuferstrich über D 3-6-4, dann C 3-2 unter den Läuferstrich ziehen (Zwischenergebnis 11,37 unter C 1). Mit C 1 über D 11,37 hat man bereits die erste Einstellung der nun folgenden Multiplikation mit $\frac{1}{4{,}6}$, die mit Hilfe der Teilung CI $(\frac{1}{c})$ ausgeführt wird. Also schiebt man jetzt den Läuferstrich über CI 4,6 und findet gleichfalls unter dem Läuferstrich auf D das Ergebnis 2,47.

$\boxed{\frac{a}{b \cdot c}}$

Ubungsbeispiele: $\frac{44}{4{,}85 \cdot 3{,}66} = 2{,}48$ $\frac{4{,}774}{0{,}63 \cdot 1{,}24} = 6{,}11$; $\frac{23{,}1}{2{,}73 \cdot 17{,}9} = 0{,}473$

Weitere Verwendungsmöglichkeiten findet die CI-Skala bei den trigonometrischen und Exponential-Rechnungen.

Rechnen mit den Teilungen CF, DF, CIF

1. Tabellenbildung

$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} : \frac{e}{f}}$

Da bei den π-versetzten Teilungen CF und DF der Wert 1 etwa in der Mitte liegt, kann man auf ihnen vorteilhaft beim Tabellenbilden weiterrechnen und dadurch ein Durchschieben der Zunge beim Rechnen auf C und D ersparen.

Beispiel: 75 engl. Pfund ergeben 34 kg. — Man stellt **C** 3-4 über **D** 7-5 und hat damit die Umrechnung von engl. Pfund in kg. Allerdings kann man über 50 kg hinaus (**C** 5) nicht mehr ablesen. Hier geht man auf die oberen Skalen CF und DF über und kann weiter mit Hilfe des Läuferstrichs die gewünschten Werte einstellen.

Kennt man die jeweilige Parität (z. B. 75 engl. Pfund = 34 kg) nicht, sondern etwa die Beziehung 1 lb = 0,454 kg, so stellt man **CF** 1 unter **DF** 4-5-4 und hat dann auch die Umrechnung von lbs in kg.

2. Multiplikation

$\boxed{a \cdot b}$

Ist beim Multiplizieren auf C und D der 2. Faktor nicht einstellbar, bzw. muß ein Durchschieben des Schiebers vorgenommen werden, kann man dies vermeiden, indem man den 2. Faktor auf CF einstellt und das Ergebnis auf DF abliest.

Beispiel: $2{,}91 \cdot 4 = 11{,}64$. — Man schiebt **C** 1 über **D** 2-9-1 und stellt den Läuferstrich über **CF** 4. Darüber liest man auf **DF** das Ergebnis 11,64 ab.

Übungsbeispiele: $18{,}4 \cdot 7{,}4 = 136{,}1$; $42{,}25 \cdot 3{,}7 = 156{,}3$; $1{,}937 \cdot 6 = 11{,}62$.

3. Multiplikation und Division mit dem Wert π

$\boxed{a \cdot \pi}$

Der Übergang von den Skalen C und D auf die Skalen CF bzw. DF ist direkt mit dem Läufer durchführbar und ergibt eine Multiplikation mit dem Faktor π.

Beispiel: $1{,}184\,\pi = 3{,}72$. — Man stellt bei Nullstellung des Schiebers (**C** 1 über **D** 1 und **C** 10 über **D** 10) den Läuferstrich über **D** 1-1-8-4 und liest auf **DF** das Ergebnis 3,72 gleichfalls unter dem Läuferstrich ab.

Der umgekehrte Vorgang ergibt eine Division durch π.

$\boxed{\frac{a}{\pi}}$

Beispiel: $\frac{18{,}65}{\pi} = 5{,}94$. — Man stellt den Läuferstrich über **DF** 1-8-6-5 und liest auf **D** das Ergebnis 5,94 ab.

Übungsbeispiele:

Fläche einer Ellipse: $F = a \cdot b \cdot \pi$; $F = 5{,}25 \cdot 2{,}22 \cdot \pi = 36{,}6$.

Man stellt **C** 10 über **D** 5-2-5, schiebt den Läuferstrich über **C** 2-2-2, braucht das Zwischenergebnis 11,65 auf **D** nicht abzulesen, sondern liest 36,6 auf **DF** ab.

Länge eines Kreisbogens: $s = \frac{\alpha\ r\ \pi}{180}$ $s = \frac{26{,}2 \cdot 352 \cdot \pi}{180} = 161$

Man beginnt mit der Division, stellt also **C** 1-8 und **D** 2-6-2 mit Hilfe des Läuferstrichs gegenüber. Das Zwischenergebnis 0,1455 (unter C 1) braucht nicht abgelesen zu werden. Man multipliziert mit 352, indem man den Läuferstrich über **C** 3-5-2 stellt (Zwischenergebnis 51,2 auf D). Die Multiplikation mit π erreicht man wieder durch den Übergang nach oben und Ablesen unter dem Läuferstrich auf DF. Ergebnis 161.

Die Teilung CIF arbeitet mit CF und DF genau so zusammen wie CI mit den Skalen C und D.

Beispiele für die Multiplikation mit mehreren Faktoren:

$2{,}23 \cdot 16{,}7 \cdot 1{,}175 \cdot 24{,}2 = 1059$. Lösung: CI-2,23 mit Hilfe des Läuferstrichs über D-16,7; Läuferstrich über CF-1,175; CIF 24,2 unter den Läuferstrich, Ergebnis 1059 auf DF über CF 1 ablesen.

$0{,}53 \cdot 0{,}73 \cdot 39{,}1 \cdot 0{,}732 = 11{,}07$. Lösung: CI-0,53 mit Hilfe des Läuferstrichs über D-0,73; Läuferstrich über CF-39,1; CIF 0,732 unter den Läuferstrich; Ergebnis 11,07 auf DF über CF 1 ablesen.

Quadrat und Quadratwurzel

werden mit Hilfe der Wurzelskalen ermittelt und später auf Seite 19 erklärt.

Kubus und Kubikwurzel

Für die Kubenskala K gilt die Beziehung: $\lg x^3 = 3 \lg x$, d. h. sie besitzt 3 Dekaden im Bereich der Grundskalendekade. Das Kubieren erfolgt durch Übergang von der C- oder D-Skala auf die K-Skala unter Verwendung des Läuferstrichs bei Nullstellung des Stabes (C 1 über D 1).

$\boxed{a^3}$

Übungsbeispiele: $1{,}54^3 = 3{,}65$; $2{,}34^3 = 12{,}8$; $4{,}2^3 = 74{,}1$; $6{,}14^3 = 232$; $8{,}82^3 = 686$; $0{,}256^3 = 0{,}0168$; $8{,}98^3 = 724$.

$\boxed{\sqrt[3]{a}}$

Das Kubikwurzelziehen erfolgt durch Übergang von der Skala auf die Skalen C (bei Nullstellung des Stabes) und D, unter Verwendung des Läuferstrichs, wobei zu beachten ist, daß einstellige Zahlen links, zweistellige in der Mitte und dreistellige rechts eingestellt werden müssen.

Übungsbeispiele: $\sqrt[3]{4{,}66} = 1{,}67$; $\sqrt[3]{29{,}5} = 3{,}09$; $\sqrt[3]{192} = 5{,}77$; $\sqrt[3]{6{,}8} = 1{,}895$; $\sqrt[3]{0{,}645} = 0{,}864$; $\sqrt[3]{1953} = 12{,}5$.

Rechnen mit der pythagoreischen Teilung P

Diese Teilung stellt die Funktion $y = \sqrt{1-(0{,}1\,x)^2}$ dar; sie arbeitet mit **D** (= x) zusammen. Die Teilung ist gegenläufig, daher rot gefärbt.

Wird auf D der Wert x eingestellt, kann dazu auf P der Wert $y = \sqrt{1-(0{,}1\,x)^2}$ abgelesen werden oder umgekehrt bei Einstellung von y auf D der Wert $x = \sqrt{1-(0{,}1\,x)^2}$ auf P.

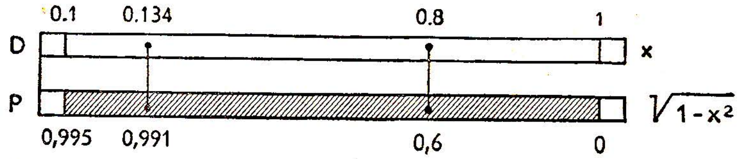


Abb. 9

Beispiel: $y = \sqrt{1-0{,}8^2} = 0{,}6$; $x = \sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8$

Stellt man also x = 0,8 auf D ein, findet man auf P den Wert y = 0,6 und umgekehrt.

$\boxed{\sqrt{1-x^2}}$

Beispiel: $\sin\alpha = 0{,}134$; $\cos\alpha = 0{,}991$

Stellt man auf D den Sinus ein, erhält man auf P den Kosinus und umgekehrt.

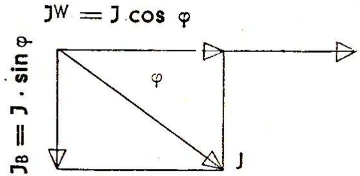


Abb. 10

Beispiel:

Berechne Wirkstrom und Blindstrom eines Stromkreises, der 35 A bei einem Wert $\cos\varphi = 0{,}8$ aufnimmt.

$J_W = J \cdot \cos\varphi = 35 \cdot 0{,}8 = 28$ (A); $\quad J_B = J \cdot \sin\varphi = 35 \cdot 0{,}6 = 21$ (A).

Man stellt C 35 über D 10 und liest bei D 8 (für $\cos\varphi = 0{,}8$) auf C den Wert 28 für J_W ab; unter D 8 findet man gleichzeitig auf P den Wert 0,6 (also $\sin\varphi = 0{,}6$). Schiebt man nun den Läufer auf D 6, so kann man darüber auf C den Wert 21 für J_B ablesen.

Beispiel: Scheinleistung 530 kVA, Wirkleistung 428 kW. Gesucht Blindleistung und $\cos\varphi$.

Man stellt C 530 über D 10, schiebt den Läufer über C 428 und liest darunter auf D den Wert 0,807 für $\cos\varphi$ ab, sucht diesen Wert mit dem Läufer auf P und findet darüber auf C die gesuchte Blindleistung 313 BkW.

Die Wurzelrechnungen für Zahlen nahe unter 1 und 100 lassen sich unter Benutzung dieser Skala mit erhöhter Genauigkeit durchführen:

Beispiel: $\sqrt{0{,}925} = \sqrt{1-0{,}075} = \sqrt{1-(0{,}274)^2} = 0{,}9618$. Man bildet $1 - z = 1 - 0{,}925 = 0{,}075$.

Läufer auf D 75, ergibt 0,274 auf W_1; mit Läufer auf D 274 wird auf P 0,9618 abgelesen.

Rechnen mit den trigonometrischen Teilungen S, T_1, T_2 und ST

Die Teilungen S, T_1 und T_2

Die trigonometrischen Skalen T_1, T_2 und S sind dezimal unterteilt und zeigen in Verbindung mit den Grundskalen C und D die Winkelfunktionen auf bzw. bei umgekehrter Ablesung die Winkel.

Bei Benutzung der Skalen T_1, T_2 und S in Verbindung mit den Skalen D, P und CI als trigonometrische Tafeln ist folgendes zu beachten: Die S-Skala mit **schwarzen** Ziffern gelesen, ergibt in Verbindung mit der D-Skala **(schwarz)** eine **Sinustafel,** ebenso in **roten** Ziffern gelesen mit der Skala P **(rot)**. Bei kleinen Winkeln ist das erste, bei großen Winkeln das zweite Verfahren genauer.

sin α

Die S-Skala mit **roten** Ziffern gelesen, ergibt mit D **(schwarz)** eine **Kosinustafel,** ebenso in **schwarzen** Ziffern gelesen mit P **(rot)**. Bei großen Winkeln ist das erste, bei kleinen Winkeln das zweite Verfahren genauer.

cos α

Die beiden T-Skalen mit **schwarzen** Ziffern gelesen, ergeben mit der D-Skala **(schwarz)** eine **Tangenstafel** bis 84,28°, ebenso in **roten** Ziffern mit CI **(rot).**

tan α

Die beiden T-Skalen mit **roten** Ziffern gelesen, ergeben mit der D-Skala **(schwarz)** eine **Kotangenstafel**, ebenso in **schwarzen** Ziffern mit CI **(rot).**

cot α

sin 13°	= 0,225	/	S 13° (schwarz)	— D 0,225	(schwarz)
sin 76°	= 0,9703	/	S 76° (rot)	— P 0,9703	(rot)
cos 11°	= 0,9816	/	S 11° (schwarz)	— P 0,9816	(rot)
cos 78°	= 0,208	/	S 78° (rot)	— D 0,208	(schwarz)
tan 32°	= 0,625	/	T_1 32° (schwarz)	— D 0,625	(schwarz)
tan 57°	= 1,54	/	T_2 57° (schwarz)	— D 1,54	(schwarz)
cot 18°	= 3,08	/	T_2 18° (rot)	— D 3,08	(schwarz)
cot 75°	= 0,268	/	T_1 75° (rot)	— D 0,268	(schwarz)

Diese Einstellungen erfolgen bei Nullstellung des Stabes mit Hilfe des Läuferstrichs.

oder T_1 18° (schwarz) — CI 3,08 (rot)
oder T_2 75° (schwarz) — CI 0,268 (rot)

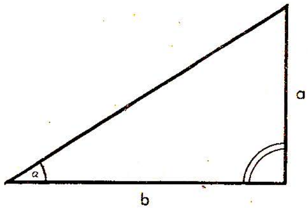
Will man vom Sinus eines Winkels zu seinem Kosinus übergehen (oder umgekehrt), so braucht man den Winkel nicht abzulesen. Auf **D** und **P** stehen diese Wertpaare untereinander. Auch beim Übergang vom Tangens zum Kotangens spart man das Ablesen des Winkels, denn diese Wertpaare stehen auf **C** und **CI** untereinander. Nur wenn man vom Sinus oder Kosinus zum Tangens oder Kotangens übergehen will, muß man dazwischen den Winkel ablesen.
Da man beim Ablesen der Funktionen diese entweder auf **D** oder **CI** erhalten kann, kann man in vielen Fällen Multiplikationen und Divisionen sofort anschließen. Nur wenn die Ablesung auf **P** erfolgt, muß man den Wert auf die Hauptteilungen übertragen.

Weitere Beispiele für die Anwendung der trigonometrischen und pythagoreischen Teilungen im **rechtwinkligen Dreieck.**

1. Beispiel: Gegeben: $a = 2$; $b = 3$; Gesucht: c und α. Formel: $a \cdot \frac{1}{b} = \tan \alpha$; $a \cdot \frac{1}{c} = \sin \alpha$;

C 1 über D 2, Läufer auf CI 3 und auf tan-Skala 33,7 für α ablesen.
Läufer auf 33,75 der sin-Skala verschieben und auf CI den Wert 3,6 für c ablesen.

2. Beispiel: Gegeben: $a = 8$; $b = 20$; Gesucht: c und α.
C 10 über D 8, Läufer auf CI 20 und auf tan-Skala 21,8° für α ablesen.
Läufer auf 21,83 der sin-Skala stellen und auf CI 21,54 für c ablesen.



3. Beispiel: Gegeben: $a = 20$; $b = 8$; Gesucht: c und α.
C 1 über D 20, Läufer auf CI 8 und auf tan-Skala (T_2) 68,2° für α ablesen.
Läufer auf 68,17 der sin-Skala stellen und auf CI den Wert 21,54 für c ablesen.

Abb. 11

4. Beispiel: Gegeben: $c = 5$; $\alpha = 36{,}87°$; Gesucht: a und b. Formel: $a = c \cdot \sin \alpha$; $b = c \cdot \cos \alpha$.

C 5 über D 10, Läufer auf 36,87° der sin-Skala und auf C den Wert 3 für a ablesen.
Gleichzeitig auf P-Skala 0,8 für cos α ablesen und Läufer auf D 8 bringen.
Auf C-Skala den Wert 4 für b ablesen.

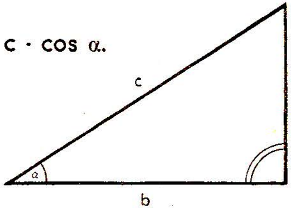


Abb. 12

5. Beispiel: Gegeben: $c = 21{,}54$; $b = 20$; Gesucht: a und α.

C 2154 über D 10, Läufer auf C 2 (für $b = 20$) stellen und auf cos-Skala für α den Wert 21,8° gleichzeitig aber auf P-Skala 0,372 ablesen. Schieber um eine Skalenlänge nach links durchschieben. Läufer auf D 0,372 bringen und auf C für a den Wert 8 ablesen.

Für das **schiefwinkelige Dreieck** gilt die Beziehung $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Beispiel: Gegeben: $a = 38{,}3$; $\alpha = 52°$; $\beta = 59°$; $\gamma = 69°$;

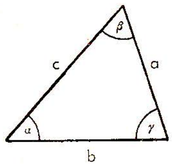


Abb. 13

Gesucht: b und c.

C 383 über S 52° stellen. Über S 59° und S 69° kann man auf C die Ergebnisse 41,7 und 45,4 cm ablesen.

Die Teilung für kleine Winkel ST und die Marke ϱ auf C, D und W_1 W_1'

Für die **Funktionswerte kleiner Winkel** von 0,55 bis 6^0 ist auf Stabkörper unten die **ST-Skala** ($\sphericalangle$ arc 0,01 x) mit der Beziehung: sin $\alpha \approx$ tan $\alpha \approx$ arc α

Die Teilung ST arbeitet mit Teilung C (bzw. D) zusammen.

Alle nachfolgenden Rechnungen in dieser Spalte werden lediglich mit Hilfe des Läuferstrichs durchgeführt.

Man kann die **Funktionswerte kleiner Winkel** auch mit Hilfe der **Marke** $\varrho = \frac{\pi}{180} = 0{,}01745$ gemäß der Beziehung arc $\alpha = 0{,}01745 \cdot \alpha = \varrho \cdot \alpha$ ermitteln.

Bei Reihenberechnungen Einstellung von C 1 über ϱ auf D und unter dem Winkelwert auf C Ablesung des Ergebnisses auf D.*

Ubungsbeispiele:

sin $2{,}5^0 \approx$ tan $2{,}5^0 \approx$ arc $2{,}5^0 = 0{,}0436$; sin $0{,}4^0 \approx$ tan $0{,}4^0 \approx$ arc $0{,}4^0 = 0{,}00698$; sin $0{,}0052^0 \approx$ tan $0{,}0052^0 \approx$ arc $0{,}0052^0 = 0{,}0000907$.

Einstellung der Winkelwerte auf der arc-Teilung ST, Ablesung der Funktionswerte auf Teilung C (bei Nullstellung) oder auf D (mit Hilfe des Läuferstrichs).

Beispiel: sin $3^0 \approx$ tan $3^0 \approx$ arc $3^0 = 0{,}0524$.
Man stellt den Schieberanfang C 1 über D 3 und kann unter ϱ auf C das Ergebnis 0,0524 auf D ablesen.*

Für die **Berechnung der Funktionen Kosinus und Kotangens von Winkeln über $84{,}5^0$**

Beispiel: cos 88^0 = sin $2^0 \approx$ arc $2^0 = 0{,}0349$
cot $86{,}5^0$ = tan $3{,}5^0 \approx$ arc $3{,}5^0 = 0{,}0612$
Man stellt den Läuferstrich über den Winkelwert auf der Teilung ST und liest auf C (bei Nullstellung) oder auf D unter dem Läuferstrich das Ergebnis ab.

Beispiel: cos 88^0 = sin $2^0 \approx$ arc $2^0 \approx \varrho \cdot 2 = 0{,}0349$
cot $86{,}5^0$ = tan $3{,}5^0 \approx$ arc $3{,}5^0 \approx \varrho \cdot 3{,}5 = 0{,}0612$
Dies ist eine einfache Multiplikation, also Schieberanfang C 1 über ϱ auf D, dann Läuferstrich über zweiten Faktor auf C und darunter auf D das Ergebnis ablesen.*

Für die **Umrechnung von Bogenmaß in Winkelgrade**

Ubungsbeispiele: $\overset{\frown}{6{,}28} = 360^0$; $\overset{\frown}{1{,}11} = 63{,}5^0$; $\overset{\frown}{0{,}04} = 2{,}29^0$; $\overset{\frown}{0{,}007} = 0{,}402^0$; $\overset{\frown}{0{,}64} = 36{,}7^0$; $\overset{\frown}{0{,}32} = 18{,}35^0$.

Einstellung des Bogenmaßes auf C- oder D-Teilung, Ablesung des Winkelwertes auf der arc-Teilung ST. (mit Hilfe des Läuferstrichs).

C 1 oder C 10 über Marke ϱ auf D, dann Läuferstrich über Bogenmaß auf D. Ablesen der Winkelgrade darunter auf C.*

* Größere Genauigkeit erzielt man beim Arbeiten mit der ϱ-Marke auf W_1 und W_1'.

Das Rechnen mit komplexen Zahlen

Zwei komplexe Größen $\mathfrak{x} = 7{,}5\, e^{\frac{i\pi}{8}}$ und $\mathfrak{y} = 3{,}4\, e^{\frac{i\pi}{10}}$ sollen **addiert** werden. Man bringt sie gemäß der Eulergleichung $R \cdot e^{i\psi} = R\,(\cos\varphi + i \sin\varphi)$ auf die Form $(a + i\,b)$.

Für das Stabrechnen schreibt man diese Größen vorteilhaft in Vektorenschreibweise $\mathfrak{x} = 7{,}5 \,/\, \underline{22{,}5^0}$ und $= \mathfrak{y} = 3{,}4 \,/\, \underline{18^0}$, und kann nun rechnen:

1. C 75 über D 10 stellen, Läufer auf S $22{,}5^0$ bringen und auf C für b_1 den Wert 2,87 ablesen. Gleichzeitig auf der P-Skala $\cos\varphi = 0{,}924$ ablesen. Läufer auf D 924 verschieben und auf C den Wert 6,93 für a_1 ablesen.
   $(a_1 + i\,b_1) = 6{,}93 + i\,2{,}87$.

2. C 34 über D 1 stellen, Läufer auf S 18^0 schieben und auf C den Wert 1,05 für b_2 ablesen. Gleichzeitig auf P den Wert $\cos\varphi = 0{,}951$ ablesen. Läufer auf D 951 (rote Überteilung) verschieben und auf C den Wert 3,24 für a_2 ablesen.
   $(a_2 + i\,b_2) = 3{,}24 + i\,1{,}05$
   $a_1 + a_2 = 6{,}93 + 3{,}24 = \mathbf{10{,}17}$ und $i\,(b_1 + b_2) = i\,(2{,}87 + 1{,}05) = \mathbf{i\,3{,}92}$.
   Also ist das Ergebnis: $\mathfrak{z} = (10{,}17 + i\,3{,}92)$
   Soll das Ergebnis in Vektorenschreibweise erscheinen, so rechnet man:
   C 10 über D 392, Läufer auf CI 1017 und darüber auf T_1 (Tangensskala) den Wert $21{,}07^0$ für φ ablesen. Anschließend Läufer auf 21,07 der Sinusskala S und darüber auf CI den Wert 10,92 für $\mathfrak{z}$ ablesen.
   Somit ist $\mathfrak{z} = (10{,}17 + i\,3{,}92) = 10{,}92 \,/\, \underline{21{,}07^0}$
   und mit $\varrho \cdot \varphi = \varphi$, $(\varphi = 0{,}368)$, erhalten wir $\mathfrak{z} = 10{,}92 \,/\, \underline{21{,}07^0} = 10{,}92\; e^{i\,0368}$

Beispiel für die Anwendung der T_2-Skala: $\mathfrak{z} = 192 - i\,256$.
Man stellt C 10 über D 256 und bringt den Läufer auf CI 192. Auf T_2 erhält man den Winkelwert $53{,}1^0$. Nun wird der Schieber nach rechts so weit durchgezogen bis C 1 unter dem Läuferstrich steht. Jetzt schiebt man den Läufer über S 32^0 und kann darüber auf CI 320 für den Betrag ablesen. $\mathfrak{z} = 320 \,/\, \underline{-53{,}1^0}$

Da sich die Zahl im IV. Quadranten befindet, muß der Winkelwert negativ sein.

Die **Multiplikation** komplexer Zahlen erfolgt gemäß der Beziehung

$$\mathfrak{x} \cdot \mathfrak{y} = X \cdot e^{i\varphi} \cdot Y \cdot e^{i\psi} = XY \cdot e^{i\,(\varphi+\psi)} = XY \,/\, \underline{\varphi + \psi}$$

Beispiel: $(1 + 2i) \cdot (3 + 1i) = 2{,}24 \cdot e^{i \cdot 1{,}107} \cdot 3{,}16^{i \cdot 0{,}322} = 2{,}24 \,/\, \underline{63{,}5^0} \cdot 3{,}16 \,/\, \underline{18{,}5^0} = 7{,}08 \,/\, \underline{82^0} = 7{,}08\, e^{i \cdot 1{,}43}$

Das Rechnen mit den Wurzelskalen W_1 W_1' W_2 W_2'

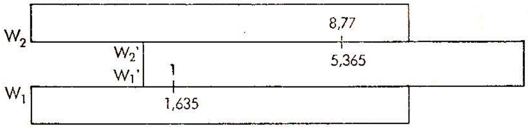
Diese Teilungen bringen den Vorteil, daß auf dem gebräuchlichen und handlichen Normalmodell mit erhöhter Genauigkeit gerechnet werden kann. Sie finden vor allem für die Hauptrechnungen ihre Anwendung.
Das Arbeiten mit den Wurzelskalen weicht zum Teil von dem bisher gewohnten Schema etwas ab, ist aber nach einer Grundregel und mit kurzer Übung zu erlernen. Es ist darauf zu achten, daß die Wurzelskalen in der **50 cm-Teilungslänge** unterteilt sind.

Multiplikation

I. Bei Einstellung der schwarzen Index-1 (bzw. Index-10) wird das Produkt an der dem 2. Faktor anliegenden Stabkörperskala abgelesen.

II. Bei Einstellung mit rotem Indexstrich wird das Produkt an der dem 2. Faktor gegenüberliegenden Stabkörperskala abgelesen.

Beispiele zu I: 1,635 · 5,365 = 8,77.
Lösung: Schwarze Index-1 (W_1'-1) über W_1-1,635; Läuferstrich über W_2'-5,365 und Ergebnis 8,77 auf W_2 ablesen.



809 · 1,414 = 1144. Lösung: Schwarze Index-10 (W_2'-10) unter W_2-809; Läuferstrich über W_1'-1,414 und Ergebnis 1144 auf W_1 ablesen.

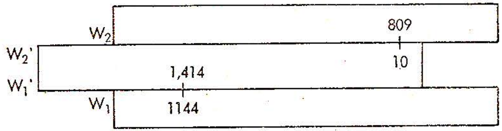
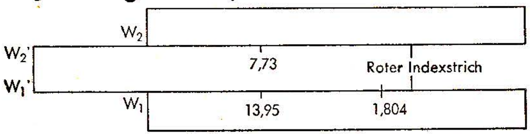


Abb. 14

Übungsbeispiele: 236 · 4,06 = 958; 2,34 · 0,409 = 0,957; 7,77 · 66,3 = 515; 5,165 · 0,2265 = 1,1698

Beispiele zu II: 1,804 · 7,73 = 13,95. Lösung: Roten Indexstrich über W_1-1,804; Läuferstrich über W_2'-7,73 und gleichfalls unter dem Läuferstrich auf der gegenüberliegenden Skala W_1 das Ergebnis 13,95 ablesen.



50,45 · 4,64 = 234,1. Lösung: Roten Indexstrich unter W_2-50,45; Läuferstrich über W_2'-4,64 und gleichfalls unter dem Läuferstrich auf der gegenüberliegenden Skala W_1 das Ergebnis **234,1 ablesen.**

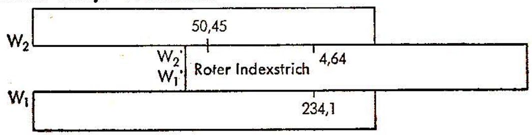


Abb. 15

Übungsbeispiele: 14,78 · 0,945 = 13,97; 29,4 · 123,6 = 3634; 0,395 · 0,562 = 0,222; 3,885 · 19,425 = 75,46

Division

I. **Bei Einstellung der Zahlen auf aneinanderliegenden Skalen wird der Quotient bei der schwarzen Index-1 (bzw. -10) abgelesen.**

II. **Bei Einstellung der Zahlen auf gegenüberliegenden Skalen wird der Quotient am roten Indexstrich abgelesen.**

Beispiele zu I: 3,08 : 2,135 = 1,443. Lösung: Mit Hilfe des Läuferstrichs W_1-3,08 und W_1'-2,135 gegenüberstellen und unter schwarzer Index-1 das Ergebnis 1,443 auf W_1 ablesen.

42,3 : 71,7 = 0,589. Lösung: Mit Hilfe des Läuferstrichs W_2-42,3 und W_2'-71,7 gegenüberstellen und über schwarzer Index-10 das Ergebnis 0,589 auf W_2 ablesen.

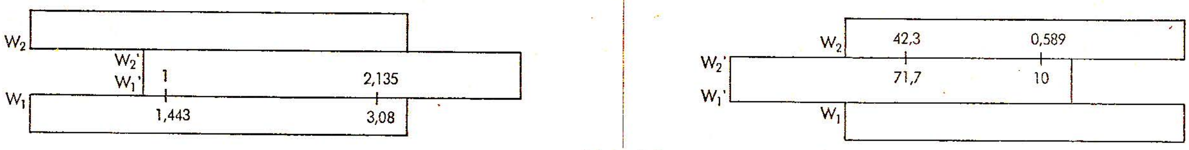


Abb. 16

Übungsbeispiele: 2,975 : 18,65 = 0,1595; 2,075 : 148,25 = 0,014 48,65 : 79,05 = 0,615; 5,55 : 0,692 = 8,02

Beispiele zu II: 3,745 : 1,5675 = 2,388. Lösung: Läuferstrich über W_2-3,745; W_1'-1,5675 unter Läuferstrich ziehen; Ergebnis 2,388 unter rotem Indexstrich auf W_1 ablesen.

23,77 : 65,67 = 0,362. Lösung: Läuferstrich über W_1-23,77; W_2'-65,67 unter Läuferstrich ziehen; Ergebnis 0,362 über rotem Indexstrich auf W_2 ablesen.

Abb. 17

Übungsbeispiele: 689,5 : 2,505 = 275,2; 432,5 : 1,845 = 234,5 1,965 : 44,45 = 0,0442; 8,37 : 1,1575 = 7,23

Tabellenbildung

Einstellen der Parität oder des Einheitswerts und dann Ablesung nach den Grundregeln auf den vorigen Seiten:

Beispiel: Parität 82 yards = 75 Meter. Mit dem Läuferstrich stellt man W_2-82 und W_2'-75 gegenüber. Nun kann gleichfalls mit dem Läuferstrich abgelesen werden: 42 yards = 38,4 m; 136 yards = 124,4 m.

Dieses Beispiel entspricht dem Normalfall nach der Grundregel I.

Die folgenden Beispiele kann man nur nach der Grundregel II mit Hilfe des roten Indexstriches lösen.

Beispiele: Einheitswert 1 engl. Zoll = 2,54 cm (Parität 26" = 66 cm). Dem Wert 2,54 auf W_1 stellt man den roten Indexstrich auf W_1' gegenüber und kann nun auf W_1' die Zoll und auf W_2 die folgenden Werte ablesen:
20" = 50,8 cm; 40 cm = 15,75"

Kursrelation 1 US-$ = 4,00 DM. Man stellt dem Wert 4,00 auf W_2 den roten Indexstrich gegenüber und kann nun auf den Skalen W_2 die DM und auf W_1 die US-$ ablesen:
1,5 $ = 6,00 DM; 1,85 $ = 7,40 DM; 2,26 $ = 9,04 DM;
5 DM = 1,25 $; 10 DM = 2,50 $.

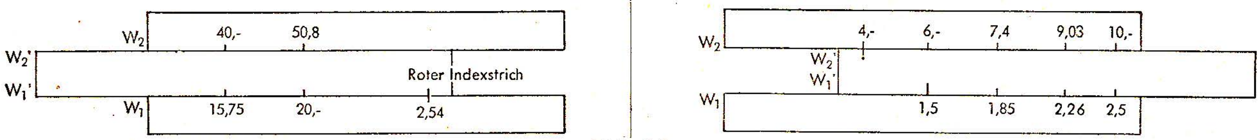


Abb. 18

Quadrat und Quadratwurzel

Das **Quadrieren** erfolgt durch Übergang von den W-Skalen auf die auf der Schiebermitte liegende Skala C mit Hilfe des Läuferstrichs.

Beispiele: $1{,}66^2 = 2{,}76$. Man stellt den Läuferstrich auf W_1-1,66 und liest darüber auf C das Quadrat 2,76 ab.
$5{,}25^2 = 27{,}6$. Man stellt den Läuferstrich auf W_2-5,25 und liest darunter auf C das Quadrat 27,6 ab.

Übungsbeispiele: $67{,}3^2 = 4530$; $10{,}7^2 = 114{,}5$; $2{,}3^2 = 5{,}29$; $1{,}345^2 = 1{,}81$; $7{,}47^2 = 55{,}8$

Beim **Quadratwurzelziehen** stellt man auf C auf der Schiebermitte mit dem Läuferstrich ein und liest auf den Skalen W_2' oder W_1' ebenfalls unter dem Läuferstrich die Quadratwurzel ab. Man muß darauf achten, daß die Wurzeln der Radikanden von **1-10** auf der Skala $\mathbf{W_1}$ und die der Radikanden von **10-100** auf der Skala $\mathbf{W_2}$ stehen.

Beispiele: $\sqrt{4{,}56} = 2{,}135$; Läuferstrich auf C-4,56, das Ergebnis 2,135 steht darunter auf Skala W_1' bzw. W_1.
$\sqrt{56} = 7{,}483$; Läuferstrich auf C-56, das Ergebnis steht darüber auf Skala W_2' bzw. W_2.

Um die Wurzeln aus den Radikanden unter 1 (z. B. 0,76) oder über 100 (z. B. 2375) leichter errechnen zu können, sondert man geeignete Potenzen vom Radikanden ab.

Beispiele: $\sqrt{0{,}76} = \sqrt{76 : 100} = \sqrt{76} : 10 = 8{,}719 : 10 = 0{,}8719$; $\sqrt{275} = \sqrt{2{,}75 \cdot 100} = \sqrt{2{,}75} \cdot 10 = 1{,}658 \cdot 10 = 16{,}58$
$\sqrt{2375} = \sqrt{23{,}75 \cdot 100} = \sqrt{23{,}75} \cdot 10 = 4{,}873 \cdot 10 = 48{,}73$; $\sqrt{0{,}00378} = \sqrt{37{,}8 : 10000} = \sqrt{37{,}8} : 100 = 0{,}0615$

Nach dem Quadrieren oder Wurzelziehen mit Hilfe der Wurzelskalen ist stets ein Weiterrechnen möglich.

Beispiele: $0{,}5735 \cdot \sqrt{\frac{26{,}25}{15{,}05}} = 0{,}7575$; Hauptstrich auf D 26,25; C 15,05 darüber; Stab umwenden, Hauptstrich über W_2' 0,5735, darüber auf W_2 das Ergebnis 0,7575 ablesen.

$\frac{52{,}75^2 \cdot 0{,}0243}{4{,}93^2} = 2{,}782$; Hauptstrich auf W_2 52,75, darunter W_2' 4,93; Stab umwenden, Hauptstrich auf C 0,0243, darunter auf D Ergebnis 2,782 ablesen.

$\frac{6{,}34 \cdot 25{,}45}{3{,}252^2} = 15{,}25$; Hauptstrich über D 6,34, Stab wenden und W_1 3,252 unter Hauptstrich, Stab wenden, unter C 25,45 steht auf D das Ergebnis 15,25.

Rechnen mit der Mantissenteilung L

Sie arbeitet mit den W-Skalen zusammen. Dabei ist auf die Nullstellung des Stabes zu achten:

1. Bei Einstellung des Numerus auf den **unteren Wurzelskalen W_1', W_1** wird für das Ablesen der Mantisse die **links vom Trennstrich** stehende Kennziffer mit den dazugehörigen nach rechts folgenden Teilstrichen benutzt.
   Beispiel: lg 1,35 = 0,1303. Läuferstrich auf W_1-1,35, darüber findet man links vom Trennstrich die Ziffer .1, dazu 3 Dekaden und die Feineinstellung 03. Also lg 1,35 = 0,1303.
   Übungsbeispiele: lg 2,655 = 0,424; lg 0,237 = 0,374—1; lg 1938 = 3,2873; lg 0,0119 = 0,0755—2
2. Bei Einstellung des Numerus auf den **oberen Wurzelskalen W_2', W_2** wird für das Ablesen der Mantisse die **rechts vom Trennstrich** stehende Kennziffer mit den zugehörigen nach rechts folgenden Teilstrichen benutzt.
   Beispiel: lg 57,3 = 1,758. Läuferstrich auf W_2-57,3, darunter findet man rechts vom Trennstrich die Ziffer .7, dazu 5 Dekaden und die Feineinstellung 8. Also lg 57,3 = 1,758.
   Übungsbeispiele: lg 9,06 = 0,957; lg 0,0636 = 0,8035—2; lg 445 = 2,6484; lg 66,5 = 1,823.

Wenn die Mantisse gegeben ist, ergibt der umgekehrte Vorgang den gesuchten Numerus.

Die Exponentialteilungen LL_1 LL_2 LL_3 für positive Exponenten
LL_{01} LL_{02} LL_{03} für negative Exponenten

Der Novo-Duplex-Rechenstab besitzt auf der Stabrückseite zwei dreistufige Skalengruppen für die Exponentialfunktionen, die auf die Grundskala C bezogen sind. Die Skalen für positive Exponenten (schwarz) reichen von 1,0105 bis 22000 und die für negative Exponenten (rot) von 0,00002 bis 0,99. Die e^{-x}-Skalen sind Reziprokskalen zu den e^{x}-Skalen. Zu beachten ist hierbei, daß die an den Exponentialskalen angeschriebenen Zahlenwerte im Stellenwert unveränderbar sind; es bedeutet somit beispielsweise der Wert 1,04 stets 1,04 und nicht etwa auch 10,4 oder 104 usw.

Die Exponentialskalen ergeben beim Übergang von einer inneren zur nächsten äußeren Skala Zehnerpotenzen, z. B.:

$0{,}955^{10} = 0{,}631;\ 0{,}631^{01} = 0{,}01;\ 0{,}924^{10} = 0{,}454;\ 0{,}454^{10} = 3{,}7 \cdot 10^{-4} = 0{,}00037$

$1{,}04715^{10} = 1{,}585;\ 1{,}585^{10} = 100;\ 1{,}08^{10} = 2{,}16;\ 2{,}16^{10} = 2{,}2 \cdot 10^{3} = 2200$

Der Übergang zur übernächsten Skala ergibt Hunderterpotenzen, z. B.:

$0{,}955^{100} = 0{,}01;\ 1{,}04715^{100} = 100;\ 0{,}924^{100} = 3{,}7 \cdot 10^{-4} = 0{,}00037;\ 1{,}08^{100} = 2200$

Beim Übergang von außen nach innen erhält man die entsprechenden Wurzeln, z. B.:

$\sqrt[10]{0{,}25} = 0{,}8705;\ \sqrt[10]{0{,}8705} = 0{,}98625;\ \sqrt[100]{0{,}25} = 0{,}98625;\ \sqrt[10]{0{,}00007} = \sqrt[10]{7 \cdot 10^{-5}} = 0{,}384;\ \sqrt[10]{0{,}384} = 0{,}9087;\ \sqrt[100]{0{,}00007} = 0{,}9087;$

$\sqrt[10]{4} = 1{,}149;\ \sqrt[10]{1{,}149} = 1{,}014;\ \sqrt[100]{4} = 1{,}014;$

$\sqrt[10]{15000} = \sqrt[10]{1{,}5 \cdot 10^{4}} = 2{,}62;\ \sqrt[10]{2{,}62} = 1{,}101$

$\sqrt[100]{15000} = 1{,}101$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Beachte: Bei 100 der } LL_3\text{-Skala steht auf } LL_{03} \text{ der Wert } \dfrac{1}{100} = 00{,}1 \\ \text{Bei 1,25 der } LL_2\text{-Skala steht auf } LL_{02} \text{ der Wert } \dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8\end{array}\right\}\ \text{da } e^{-x} = \frac{1}{e^{x}} \text{ ist.}$$

Potenzen von e

Die Potenzen von e (Basis des natürlichen Logarithmus e = 2,71828 . . .) erhält man, indem der Exponent mittels des Läufers auf der C-Skala (bei Nullstellung des Stabes) eingestellt wird. Die e-Potenz wird dann auf der LL-Skala abgelesen. Hierbei gilt für die C-Skala der Bereich 1-10 bei LL_3, der Bereich 0,1-1 bei LL_2 und der Bereich 0,01-0,1 bei LL_1.

Beispiele: $e^{1,61} = 5$; $e^{0,161} = 1,175$; $e^{0,0161} = 1,01625$; $e^{6,22} = 5 \cdot 10^2 = 500$; $e^{0,622} = 1,862$; $e^{0,0622} = 1,0642$;

$$e^{-1,61} = \frac{1}{e^{1,61}} = 0,2; \quad e^{-0,161} = 0,8512; \quad e^{-0,0161} = 0,984.$$

$$e^{-6,22} = \frac{1}{e^{6,22}} = 2 \cdot 10^{-3} = 0,002; \quad e^{-0,622} = 0,537; \quad e^{-0,0622} = 0,9396.$$

$$e^{12,5} = e^{10+2,5} = e^{10} \cdot e^{2,5} = 22000 \cdot 12,2 = 268\,400$$

Bei der Bildung der **Hyperbelfunktionen** wird das Argument x auf der C-Skala mit dem Läufer fixiert.

Auf den e^x- und e^{-x}-Skalen können dann die e-Potenzen abgelesen werden. Die halbe Summe (bzw. Differenz) gibt dann den cosh (bzw. sinh) an. Z. B.:

$$\text{Cosh } 35^0 = \text{Cosh } 0,61 = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{1,84 + 0,543}{2} = 1,1915$$

$$\text{Sinh } 35^0 = \text{Sinh } 0,61 = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{1,84 - 0,543}{2} = 0,6485$$

Wurzeln aus e

Man schreibt die Wurzel als Potenz mit reziprokem Exponenten und verfährt wie oben erwähnt.

Beispiele: $\sqrt[4]{e} = e^{0,25} = 1,284$; $\sqrt[0,25]{e} = e^4 = 54,5$; $\sqrt[8]{e} = e^{0,125} = 1,133$; $\sqrt[0,125]{e} = e^8 = 2980$

$$\sqrt[12,5]{e} = e^{0,08} = 1,0834; \quad \sqrt[0,06]{e} = e^{16,66} = e^{8,33} \cdot e^{8,33} = 4165 \cdot 4165 = 17\,350\,000$$

Die natürlichen Logarithmen

Die natürlichen Logarithmen findet man, wenn man von den LL-Skalen auf die mittlere Schieberskala C übergeht. Für die Stellenzahlbereiche der Grundskala gilt sinngemäß das oben Gesagte.

Beispiel: $\ln 25 = 3{,}22$; $\ln 145 = 4{,}97$; $\ln 1{,}3 = 0{,}262$; $\ln 0{,}04 = -3{,}22$; $\ln 0{,}66 = -0{,}416$; $\ln 0{,}98 = -0{,}0202$.

Potenzen beliebiger Zahlen

Potenzen der Form a^n erhält man, indem C-1 über den Basiswert a der ensprechenden LL-Skala gebracht wird und der Läufer dann auf C-n verschoben wird. Auf LL kann man dann a^n ablesen; z. B.:

$3{,}75^{2{,}96} = 50$; stelle C-1 über LL_3-3,75 und lies bei C-2,96 auf LL_3 den Wert 50 ab.

Andere Beispiele:

$4{,}2^{2{,}16} = 22{,}3$; $4{,}2^{0{,}216} = 1{,}364$; $4{,}2^{0{,}0216} = 1{,}0315$

$4{,}2^{-2{,}16} = 0{,}045$; $4{,}2^{-0{,}216} = 0{,}733$; $4{,}2^{-0{,}0216} = 0{,}9695$

mit Hilfe der LL_{03}-Skala:

$0{,}05^{2{,}16} = 1{,}55 \cdot 10^{-3} = 0{,}00155$

$0{,}05^{0{,}216} = 0{,}524$; $0{,}05^{0{,}0216} = 0{,}9374$

$0{,}05^{-2{,}16} = \dfrac{1}{0{,}05^{2{,}16}} = 646$ (abzulesen auf der LL_3-Skala)

$0{,}05^{-0{,}216} = \dfrac{1}{0{,}05^{0{,}216}} = 1{,}91$ (abzulesen auf der LL_2-Skala)

Bezüglich der Stellenwerte gilt das unter „Potenzen von e" Gesagte.

$\boxed{a^n}$

Wurzeln beliebiger Zahlen

Mit Hilfe des Läuferstrichs stellt man den Wurzelexponenten auf C über den Radikand auf LL (zuerst Wurzelexponenten aufsuchen und Läuferstrich darüber!) und liest unter C 1 oder C 10 das Ergebnis ab.

$\sqrt[4{,}4]{23} = 2{,}04$; stelle C 4,4 über LL_3 23 und lies bei C 10 auf LL_2 den Wert 2,04 ab.

$\sqrt[n]{a}$

Beispiele: $\sqrt[2{,}08]{1{,}068} = 1{,}0322$ (über LL_1-1,068 C-2,08 einstellen; ablesen auf LL_1)

$\sqrt[0{,}6]{15{,}2} = 93{,}5$ (über LL_3-15,2 C-0,6 einstellen; ablesen auf LL_3)

$\sqrt[20]{4{,}41} = 1{,}077$ (über LL_3-4,41 C-20 einstellen; ablesen auf LL_1)

$\sqrt[5]{0{,}5} = 0{,}8705$ (über LL_{02}-0,5 C-5 einstellen; ablesen auf LL_{02})

$\sqrt[50]{0{,}5} = 0{,}9862$ (über LL_{02}-0,5 C-50 einstellen; ablesen auf LL_{01})

Weitere Beispiele: $\sqrt[5]{2} = 1{,}149$; $\sqrt[5]{20} = 1{,}82$

$\sqrt[0{,}06]{2{,}42} = 2{,}42^{16{,}66} = 2{,}42^{8{,}33} \cdot 2{,}42^{8{,}33} = 1579 \cdot 1579 = 2\,478\,300$

Die dekadischen Logarithmen

Man stellt den Läuferstrich über LL_3-10 und zieht C 1 der mittleren Schieberskala unter den Läuferstrich. Jetzt hat man eine Tabelle der dekadischen Logarithmen. Man kann auch die Einstellung C 10 über LL_3-10 wählen.
Mit Hilfe des Läufers kann nun eingestellt und abgelesen werden.

lg 10 = 1; lg 100 = 2; lg 1000 = 3; lg 200 = 2,301
lg 20 = 1,301; lg 2 = 0,301; lg 1,1 = 0,0414.

mit Hilfe der LL_{03}-Skala:
lg 0,1 = -1; lg 0,01 = -2; lg 0,001 = -3.
lg 0,2 = -0,699 = 0,301-1; lg 0,05 = -1,301 = 0,699-2.

Herstellung logarithmischer Leitern beliebigen Maßstabes:*

Bei der Herstellung von Diagrammen mit logarithmischer Teilung muß oftmals die Aufgabe: $y = a \cdot \lg x$ gelöst werden. (a = Maßstabfaktor = Länge der log. Einheit.) Ein Übergang von C auf L verbietet sich, da auf der linearen L-Leiter keine weiteren Multiplikationen mehr ausgeführt werden können. Dagegen entspricht der Übergang von LL auf D ja auch einer Bildung des Logarithmus, wobei mit der C-Skala anschließend weitermultipliziert werden kann.
Beispiel: a = 3,33; x = 2; 3; 4; 6

* nach Dipl. Phys. W. Rehwald im Institut für Hochfrequenztechnik an der TH Darmstadt

Man stelle C 3,33 über LL_3 10 (log. Einheit) und lese zu LL_3 bzw. LL_2 2; 3 ... die zugehörigen **y** auf der C-Skala ab.

y = 1,002; 1,591; 2,003; 2,593.

Schieber notfalls durchschieben. Stellenfehler dürften bei einiger Überlegung ausgeschlossen sein.

Logarithmen mit beliebiger Basis

Man stellt den Anfang der C-Skala über die Basis auf der LL-Skala und erhält eine Tabelle der entsprechenden Logarithmen; z. B.: ${}^{2}\log 200 = 7{,}65$; ${}^{2}\log 22 = 4{,}46$; stelle C-10 über LL_2-2; lies bei LL_3-200 auf C den Wert 7,65 und bei LL_3-22 auf C den Wert 4,46 ab.

Weitere Beispiele:

${}^{2}\log 1{,}2 = 0{,}263$; ${}^{0,2}\log 10 = -1{,}431$; ${}^{0,8}\log 2 = -3{,}11$; ${}^{5}\log 25 = 2$; ${}^{0,5}\log 25 = -4{,}65$;

Beachte: ${}^{a}\log a = 1$; z. B.: ${}^{2}\log 2 = 1$; ${}^{2}\log 4 = 2$; ${}^{2}\log 8 = 3$

${}^{0,5}\log 0{,}5 = 1$; ${}^{0,5}\log 4 = -2$; ${}^{0,5}\log 8 = -3$

${}^{0,5}\log 0{,}25 = 2$; ${}^{0,5}\log 0{,}125 = 3$

Innerhalb der C-Skala der Stabrückseite sind links neben den Zahlenwerten 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 **kleine, rote Strichmarken** eingeritzt, welche die Werte einer $e^{0,001x}$-Skala angeben. Bis zu dem Wert $e^{0,003} = 1{,}003$ sind diese Marken nicht erforderlich, da der Wert $e^{0,003}$ von 1,003 nur um 0,000005 abweicht.
Aus Platzmangel ist es nicht möglich, die Strichmarken beim 62/83 für die Skala $e^{0,001x}$ anzubringen.

Die Benutzung der Strichmarken ist sehr einfach, wenn man sich an den Marken die Bezeichnung 1,004; 1,005 usw. angeschrieben denkt.

Bringt man den Läufer auf C 7, so liest man auf der gleichen Skala für $e^{0,007}$ den Wert 1,00703 ab. Innerhalb der Intervalle geschieht diese Ablesung ebenfalls durch Zuzählung des durch die rote Marke angegebenen Intervallunterschiedes, z. B. $e^{0,0074} = 1{,}00743$.

Beim Aufsuchen des natürlichen Logarithmus verfährt man umgekehrt. Man stellt den Läufer auf die Marke, oder berücksichtigt den Intervallunterschied und liest die Werte der C-Skala ab, z. B.: ln 1,008 = 0,00797 und ln 1,0063 = 0,00628.

Will man beispielsweise eine Tabelle für die Logarithmen der Basis 1,005 bilden, so benützt man die D-Skala der Stabvorderseite mit der C-Skala der Stabrückseite, indem man die rote Marke 1,005 der C-Skala über die 1 der D-Skala stellt. Man erhält dann z. B.:

${}^{1,005}\log 1,005 = 1$; ${}^{1,005}\log 1,009 = 1,8$.

Will man die Tabelle über 1,01 erweitern, so bringt man den Läufer in Grundstellung, stellt den Läufer auf die Marke 1,005 und bringt dann C 10 unter den Läuferstrich. Es können nun die Logarithmen der Basis 1,005 für die Werte über 1,01 abgelesen werden, indem man von LL_1 (bzw. LL_2 oder LL_3) auf die C-Skala übergeht, z. B.:

${}^{1,005}\log 1,01 = 1,996$; ${}^{1,005}\log 1,02 = 3,97$;
${}^{1,005}\log 1,2 = 36,5$; ${}^{1,005}\log 4 = 278$.

Bedeutung der Skalen-Marken

Der Wert $\pi = 3,1416$ ist auf den Skalen C, D, CI, CF, DF, CIF, W_1, W_1', W_2, W_2' gesondert markiert. Dadurch ist das Auffinden und Einstellen von π wesentlich erleichtert.

Auf der **ST-Skala für kleine Winkel** sind sog. **Korrekturmarken** im Bereich von 4^0-6^0 angebracht, die die richtigen Funktionswerte für Sinus und Tangens angeben. (Die Korrekturmarken sind beim 62/83 aus Platzmangel nicht aufgetragen.)

Beispiel: $\tan 4^0 \approx \sin 4^0 = 0,0697$.

Für das **genaue** Ablesen des Tangens 4^0 wird die Korrekturmarke **rechts** neben dem Teilstrich 4^0 benutzt. Man liest den Wert 0,0699 ab.

Für die Korrekturmarken des Tangens gilt also:

Tangens **größer** als arc., daher Korrekturmarke **rechts** vom Teilstrich!

Beispiel: $\tan 5^0 = 0,0875$

Liegt der Winkel zwischen den mit Korrekturmarken versehenen vollen Graden, so muß man das Korrektur-Intervall entsprechend übertragen:

Beispiele: $\tan 4,2^0 = 0,0734$; $\tan 5,33^0 = 0,0934$

Ist der Funktionswert gegeben und der Winkel gesucht, wird das Korrektur-Intervall nach **links** berücksichtigt.
Für den Sinus ist die Korrekturmarke **links** vom Teilstrich 6^0 angebracht. Sie gilt für den Bereich von 5^0—6^0.

Es wird damit wie oben, nur entgegengesetzt gearbeitet.

Der Läufer

Der Doppelschalenläufer trägt auf Vorder- und Rückseite den mittleren, langen Hauptstrich zum Einstellen und Ablesen bei laufenden Rechnungen, außerdem am rechten und linken Rand die rot eingefärbten Seitenstriche zum Ablesen von Werten auf den Überteilungen, die vom Hauptstrich nicht mehr erreicht werden.

Die Anwendungsmöglichkeiten der restlichen Markenstriche:

Für die **Kreisflächenrechnung (d, q)** stellt man den Durchmesser mit Hilfe des mit d bezeichneten rechten Läuferstrichs der Läufer-Rückseite auf Teilung W_1 oder W_2 ein und kann nach Umwenden des Stabes auf Teilung D den entsprechenden Querschnitt unter dem Läuferstrich q ablesen. Beispiele: d = 4,8 cm; q = 18,1 cm². d = 3,2 cm; q = 8,04 cm².

Die **Umrechnung von kW in PS** und umgekehrt ist mit Hilfe der mit PS und kW gekennzeichneten Striche auf den Teilungen C und D möglich. Beispiele: 28 PS = 20,6 kW; 4,5 kW = 6,1 PS.

Für **direkte Rechnung mit dem Faktor 3,6** dient die obere, rechte Strichmarke auf der Läufervorderseite.

Beispiele: 150 km/h = 41,6 m/sek (Marke 3,6 auf DF 150 ergibt unter dem Hauptstrich auf D 41,6).

Die Zinsen von 2420,— DM zu 3,75% in 95 Tagen sind zu ermitteln (Marke 3,6 auf DF 2420; CI 3,75 unter Hauptstrich, über CF 95 die Zinsen DM 24,— auf DF ablesen).

Der Doppelschalenläufer kann zur Reinigung ohne Beeinträchtigung der Justierung leicht abgenommen werden.
Man drückt hierzu die beiden weißen Wangen am unteren Rand des Läufers in der Auskerbung auseinander.

Behandlung des Novo-Duplex-Rechenstabes

Novo-Duplex-Rechenstäbe sind hochwertige Präzisions-Rechengeräte und sollten sorgsam behandelt werden.
Sie sind aus dem idealen Werkstoff Geroplast gefertigt. Geroplast ist hochelastisch und daher bei sachgemäßer Behandlung bruchsicher. Es ist klimabeständig, unempfindlich gegen Feuchtigkeit, nicht entflammbar, beständig gegen die meisten Chemikalien. Man soll Geroplast-Rechenstäbe aber nicht mit ätzenden Flüssigkeiten oder starken Lösungsmitteln in Verbindung bringen, die, wenn nicht den Werkstoff selbst, doch zumindest die Farbe der Teilstriche angreifen können. Bei Bedarf kann die Schieberzügigkeit durch reine Vaseline oder Silikonöl günstig beeinflußt werden.
Zur Reinigung empfehlen wir die Spezialmittel CASTELL Nr. 211 (flüssig) oder Nr. 212 (Reinigungspaste).