Vorbemerkung

Durch Dieter von Jezierskis Vermittlung erhielten wir diesen Beitrag. Er wendet sich vor allem an alle Mathema-Fans und solche, die es noch werden.

Wir wissen, dass die Faber-Castell-Modelle Mathema 2/84 und 2/84N einen hohen Stellenwert besitzen. Viele haben ihn, viele suchen ihn, nicht alle verstehen ihn.

Professor Peter Wutsdorff hat den 2/84, versteht ihn und kann ihn nicht ganz "akzeptieren".

Einige Bemerkungen zum Rechenstab Faber-Castell 2/84 Mathema

von Prof. em. Dr.-Ing. Peter Wutsdorff, Tassilostr. 4
D 64653 Lorsch, Tel. (0049) (0) 625151978, e-mail: pdpwff@t-online.de

1. Allgemeines

Als Diplomingenieur habe ich viele Berechnungen aus der Technischen Mechanik (Statik) und im Dampf- und Gasturbinenbau mit Rechenstäben (RS) durchgeführt. Schon als Schüler benutzte ich im Mathematikunterricht einen RS. In meinen Vorlesungen habe ich, so zu sagen als Lockerungsübung, den Studenten, da sie ja schon mit dem Taschenrechner geboren wurden, erläutert, wie früher gerechnet wurde. Dabei bin ich auf den Proportionalzirkel der alten Baumeister, die Logarithmentafeln, die mechanischen Rechenmaschinen (Walther und Curta) und die RS eingegangen. Einen umfangreichen Vortrag habe ich auf der Sternwarte Heppenheim zu diesem Thema gehalten.

Nachfolgend sollen einige Fragen bzw. Unklarheiten zu dem RS FC 2/84 mathema aufgeworfen werden. Vielleicht kann der eine oder andere Leser mir weiterhelfen, "damit ich nicht dumm sterbe". Als Vergleich dienen die Stäbe Faber Castell 2/83N novo duplex und Reiss 3227 duplex.

Zuerst fällt auf, daß die aktiven Skalenlängen nur 20 cm betragen, was die Ablesung erschwert. Die rechts und links angebrachten Erweiterungen sind jedoch umfangreicher und in einigen Fällen sehr nützlich. Es soll hier auf Besonderheiten des RS FC 2/84 eingegangen werden.

1.1 Skalen

Der mathematisch vorbelastete Ingenieur ist es gewohnt, eine mathematische Funktion in der Form y=f(x) zu betrachten. Warum die Grundskalen (C,D) hier mit Y bzw y bezeichnet werden und die Umkehrfunktionen links dann mit x=f(y), ist nicht nachzuvollziehen. Warum die identischen C-und D-Skalen unterschiedlich mit y und Y bezeichnet werden ebenso. Hughes /1/ lobt diese Bezeichnung. In der Gebrauchsanleitung ist es aber ein Vorteil.

1.2 Läufer

Auffällig ist der sehr breite Läufer, der das Anbringen der vier Marken 4π, 2π, $\pi/2$ und $\pi/4$ auf den Y/y-und Y^2/y^2-Skalen gestattet, ein Vorteil der nicht von der Hand zu weisen ist. Auch die

Fortsetzung der 4π-, 2π-, π/2- und π/4-Marken auf der Rückseite des RS bei den e^{+-Y}-Funktionen ist für Anschlußrechnung manchmal sehr nützlich.
Auf die Marken oben und unten am Läufer in Verbindung mit den Zahlen auf der Läuferkante wird unten eingegangen.

2. Die Skalen im einzelnen

Neu sind die ln-Skalen oben (rot) und unten (schwarz), die $\sqrt{(Y^2+1)}$-Skala und natürlich die Skalen der Hyperbelfunktionen.

2.1 Trigonometrische Funktionen

Daß die Argumente der trigonometrischen Funktionen auf Neugrad basieren, ist einzusehen. Z.B. arbeiten moderne Theodolithen bekanntlich mit Neugrad. Es arbeitet sich eben einfacher mit Neugrad. Ingenieure denken aber in den meisten Fällen noch in Altgrad, was auch Hughes /1/ erwähnt. Einen entsprechenden Neugradwert erhält man aus dem Altgradwert durch Muliplikation mit 10/9 =1,111, denn 100 Neughrad entsprechen 90 Altgrad. Hughes bringt eine sehr schöne Tabelle zur Umrechnung der verschiedenen Winkelmaße. Entsprechendes gilt für die entsprechenden Rechnungen im Bogenmaß (π/180 bzw. π/200).

2.2 ln-Funtionen auf der Vorderseite

Die untere (schwarze) ln-Skala auf der Vorderseite für Argumente größer als 1 und die obere (rote) ln-Skala für Argumente kleiner als 1 sind aber etwas gewöhnungsbedürftig. Warum darüber hinaus die obere den ln mit dem Faktor 200/ π = 63,7 multipliziert , ist nicht einzusehen.

Die Benutzung dieser Skalen wird in der Anleitung nicht genügend genau, jedenfalls für Nicht-Mathematiker, erläutert. Hier müssen die unteren Striche über der ln-Skala auf dem Läufer benutzt werden. Auf der Läuferkante finden sich die Eintragungen x unter den Läuferstrichen oben und unten, unten die Zahlen (2,2)n und oben (140)n, wobei n die Werte -1, 1 ,2 ...8 unten und oben die Werte -2, -1, 1 2,.....7 annehmen. Auf dem Läufer finden sich oben und unten gegenüber den Zahlen auf den Läuferkanten entsprechende Striche unter den die gewünschten ln-.Werte abzulesen sind. Aber nur der direkte Wert bei x. Die Zahlen auf der unteren/oberen Läuferkante müssen zu den entsprechenden Werten auf der lnY-Skala addiert/subtrahiert werden, wenn der ln der eingestelltn Zahl jeweils um eine Zehnerpotenz steigt/fällt. Auch Hughes /1/ gibt hier übersichtliche und verständliche Tabellen. Überhaupt ist er mit den Bedienungsanleitungen von FC nicht sehr einverstanden.
Das klingt, wenn es so allgemein formuliert wird, kompliziert. Beispiele sollen es erläutern:
ln(3)=? Auf der Y-Skala wird der mittlere Läuferstrich auf 0,3 gestellt und der ln-Wert von 1,1 bei x abgelesen. Wird hingegen der ln30 gesucht, stellt man wieder den mittleren Läuferstrich auf 0,3 der Y-Skala und liest unter dem Läuferstrich der Zahl 2,2 an der Unterkante den Wert 1,2 ab. Jetzt muß aber noch der Wert 2,2 addiert werden, also 1,2+2,2=3,4.
Oder ln3000= 1,41+6,6=8,01, jetzt abzulesen unter der Läufermarkierung 6,6.
ln0,3=1,0 abzulesen bei -2,2, also 1,0 – 2,2= -1,2

Die obere rote $(-\ln Y)^g$-Skala ist entsprechend zu handhaben. Auch hier einige Beispiele:
$(\ln 0{,}5)^g$=-44,1. Wünscht man indessen den ln0,5, ist der Wert -44,1 durch 63,6 zu dividieren also -44,1:63,1=-0,69 .
$(\ln 0{,}05)^g$=-50,7, jetzt ist -140 zu addieren also -190,7. Der ln0,05 ist dann wieder -190,7:63,6=-2,99.

Oder $(\ln 0{,}005)^g$ = -57,2-280=-337,2, bzw. ln0,005=-337,2:63,6 = -5,3.
$(\ln 5)^g$=-37,5+140=102,5, und der ln5 ist dann wieder 102,5:63,6=1,6.
Es ist also durch die Subtrakton der Konstanten 140 der Anschluß an die untere Skala, aber erst durch die Division durch 63,6 gewährleistet.
Durch diese ln-Skalen erreicht man in einigen Bereichen eine etwas größere Genauigkeit als bei Verwendung der normalen e^{+-Y}-Skala. Ob das aber immer nötig ist, entscheidet das konkrete praktische Problem. Der Vorteil der unteren ln-Skala liegt jedoch darin, daß der ln von wesentlich größeren Werten (bis in die Grüßenordnung 10^8) ermittelt weren kann, als mit den normalen e^x-Skala, die nur bis in die Größenordnung von 10^5 geht. Bei der oberen -ln-Skala können ln-Werte von $(1-\varepsilon)$ ermittelt werden können, mit $\varepsilon \ll 1$, bis zum Bereich $\varepsilon \approx 10^{-7}$.

2.3 Die Hyperbelfunktionen

auf der Zungenrückseite benötigen als Argument das Bogenmaß in Neugrad.
Bekanntlich sind die Hyperbelfunktionen als

$$\sinh(x) = \frac{(e^x - e^{-x})}{2} \qquad \cosh(x) = \frac{(e^x + e^{-x})}{2}$$

definiert. Warum das Argument beim 2/84 in Neugrad-Bogenmaß erforderlich ist, ist mir unverständlich. Es muß also jedes Argument x mit 63,6 multipliziert werden.
Beispiel. $\sinh(0{,}5)= \sinh(0{,}5^g)= \sinh(0{,}5*63{,}6)=\sinh(31{,}8)=0{,}52$ abzulesen über der 1der Y-Skala auf der y-Skala. Entsprechendes gilt für die Umkehrfunktionen, arsinh(x) usw. Das ist beim Reiss-3227 einfacher!
In der Statik führt z.B. die Lösung der Differentialgleichung der Seil-bzw. Kettenlinie auf Hyperbelfunktionen ebenso wie die Balkenbiegetheorie 2. Ordnung. (cf. z.B.: I. Szabó: Repertorium und Übungsbuch der Technischen Mechanik, Springer 1963). Hier werden stets die einfachen Argumente der Hyperbelfunktionen benötigt! Hughes /1/ schlägt in seinem Aufsatz über den FC 2/84 vor, die Hyperbelfunktionen über die Eulersche Relation für die Vektorrechnung bzw. für die Rechnung mit komplexen Zahlen zu verwenden. Er hält die von ihm vorgeschlagenen Formeln für einfach. Dem kann ich mich aber nicht anschließen.

3.4 Die $\sqrt{(Y^2+1)}$-Skala

Sie ist in Verbindung mit der $\sqrt{(1-Y^2)}$ sehr nützlich, beschreibt sie doch, wie auch in der Anleitung, die Verhältnisse der Einheitshyperbel $x^2-y^2=1$. Eine sehr gute Darstellung des Zusammenhanges zwischen trigonometrischen- und Hyperbelfunktionen findet sich z.B. bei Hort-Thoma: Differentialgleichungen in Technik und Physik, J.A.Barth, Leipzig 1949[5].

3. Schlußbemerkung

Abschließend kann gesagt werden, daß der 2/84, um es höflich auszudrücken, sehr gewöhnungsbedürftig ist. Für den täglichen Gebrauch des Ingenieurs muß er jedoch als unpraktisch beurteilt werden. Auch Hughes /1/ kommt in seiner abschließenden Beurteilung zu dem Schluß, daß der FC-2/84 mehr etwas für Mathematiker ist. Inwieweit Mathematiker überhaupt Zahlenwertrechnungen und dann mit einem RS ausführen, bezweifele ich, bzw. ist mir nicht bekannt. Der FC-2/84 ist vermutlich für einen bestimmten Anwenderkreis gedacht gewesen.

/1/ Hughes, R.S.: FC-2/84 and FC-2/84N; v15-n2-2006-item 23-p58