

Christine Krause, Technische Universität Ilmenau

## **Das Positive von Differenzen**

### **Die Rechenmaschinen von Müller, Babbage, Scheutz, Wiberg, ...**

Mit der Berechnung und Nutzung mathematischer Tabellen (in Astronomie, Nautik, Ingenieurwesen, Versicherungsmathematik, ...) ist seit Jahrhunderten der Begriff der Differenzen verbunden. Die Bewertung ist dabei unterschiedlich.

Zum einen ist sie negativ, weil diese Tafeln sehr viele Fehler enthielten, andererseits positiv, weil es eine mathematische Methode, die Differenzenmethode, gestattet, sowohl die Korrektheit bestehender mathematischer Tabellen zu prüfen als auch die Tabellen selbst zu berechnen bzw. zwischen gegebenen Werte in einer Tabelle zu interpolieren.

Dieses mathematische Verfahren der finiten Differenzen erlaubt es, Funktionswerte eines Polynoms  $f(x)$  für zahlreiche in gleichen Abständen aufeinanderfolgende  $x$ -Werte allein durch Addition zu bestimmen.

Die Mühseligkeit zur Erstellung solcher Tabellen (Berechnen, Abschreiben, Schriftsetzen) und die mangelnde Zuverlässigkeit der berechneten Tabellen selbst waren immer wieder Anlass, über Möglichkeiten zur Beseitigung dieser Probleme nachzudenken.

Der Royal Astronomer der Sternwarte von Greenwich, **Nevil Maskelyne** (1732–1811), benutzte die Differenzenmethode zur Berechnung nautischer Tabellen. Dazu sammelte er um sich eine größere Gruppe von Menschen unterschiedlicher Berufe und Herkunft, im allgemeinen aber mit einem mathematischen und astronomischen Grundwissen und dem Bedürfnis, das eigene Einkommen aufzubessern. Diese Rechner und Prüfer erstellten das „Nautischen Almanach“, das erstmals 1767 erschien, in einem *Netzwerk* in unterschiedlichen Städten und Dörfern Englands. Sie arbeiteten zu Hause, nach eigener Zeitplanung und eigenverantwortlich an je einem Teilstück des Almanachs.

Im Unterschied zu Maskelyne entwickelte der französische Professor an der Ecole Polytechnique **Gaspard de Prony** (1755-1839) seine „Parallelmaschine“, ein *hierarchisch* aufgebautes System, bestehend aus drei Sektionen menschlicher Rechner. Zur ersten Sektion gehörten einige wenige vorzügliche Mathematiker, die den analytischen Teil der Arbeit und die Auswahl der einzusetzenden Formeln zur Berechnung der Tabellen bestimmten. Die zweite Sektion versammelte eine Reihe geschickter Rechner, geübt in analytischen und arithmetischen Berechnungen, die die Formeln der ersten Sektion in Zahlen umsetzten und die dritte Sektion mit den richtigen Differenzen zu den geforderten Intervallen belieferten, die Resultate entgegennahmen und die beiden unabhängig voneinander berechneten Listen verglichen. Die Hauptarbeit verrichteten die Rechner der dritten Sektion. Das waren sehr viele Personen, von denen aber nur wenige die ersten Rechenregeln beherrschten. Sie mussten die Additionen und Subtraktionen in einer vorgeschriebenen Reihenfolge ausführen.

Der erste, der nachweislich darüber nachdachte, das Erstellen mathematischer Tafeln einer Rechenmaschine zu überlassen, ist der deutsche Bauingenieur **Johann Helfrich Müller** (1746–1830). In seiner Schrift „J. H. Müller's Fürstl. Hessen – Darmstädt. Ingenieurhauptmanns und Korrespondenten der Wissenschaften zu Göttingen, Beschreibung seiner neu erfundenen Rechenmaschine, nach ihrer Gestalt, ihrem Gebrauch und Nutzen.“ und ebenso in einem Brief an Georg Christoph Lichtenberg in Göttingen weist er auf eine druckende Tabelliermaschine hin, zu der ihm die Idee 81 Tage nach Fertigstellung der beschriebenen Rechenmaschine kam. Die Maschine wurde nicht gebaut. Dass diese Maschine auf der Dif-

ferenzenmethode basieren sollte, beschreibt Müller am 18. 9. 1784 in einem wahrscheinlich an Professor Albrecht Ludwig Friedrich Meister in Göttingen gerichteten Brief.

**Charles Babbage** (1791–1871), ein englischer Mathematiker mit vielseitigen Interessen, entwarf seine Differenzenmaschine aus Zorn über die Unzulänglichkeiten der gedruckten mathematischen Tafeln („Bei Gott, ich wünschte, diese Berechnungen wären mit Dampfkraft erstellt worden!“) und unter dem Eindruck der „Rechenmanufaktur“ de Pronys.

Von de Pronys Methode zeigte er sich sehr angetan in einem Brief „An den Präsidenten der Royal Society, Sir Humphry Davy, über die Anwendung von Maschinen zum Zwecke der Berechnung und Drucklegung mathematischer Tafeln“.

Ob er Kenntnis von der Veröffentlichung Müllers hatte, die sich in der Übersetzung von John Herschel in der Britischen Bibliothek befindet, weiß man nicht.

Die Differenzenmaschine von Charles Babbage ist der erste bekannte automatische Rechner. Babbage sah Differenzen sechster Ordnung und 20stellige Zahlen vor. Realisiert wurde zunächst ein funktionierender Teil einer ersten Differenzenmaschine mit zwei Differenzen und fünfstelligen Zahlen. Dabei nahm eine der drei senkrechte Säulen mit Ziffernrädern die zweite Differenz auf, die mittlere Säule enthielt die erste Differenz und die dritte Säule den Tabellenwert. Mit dem Drehen der Kurbel wurden die erste Differenz zum Tabellenwert und die zweite Differenz zur ersten Differenz addiert.



Abb. 1: Teil der Differenzenmaschine No. 1 von Babbage

Weitere Arbeiten führten zur Differenzenmaschine No. 2, die eleganter als die erste Maschine konzipiert war, mit sieben Differenzen und 30stelligen Tabellenwerten rechnen und die Ergebnisse über ein Druckwerk ausgeben sollte. Babbage vereinfachte den Additionsmechanismus so, dass die Zahlen auf den einzelnen Säulen nicht nacheinander addiert wurden, sondern in zwei Zyklen: im ersten Halbzyklus wird jede Zahl, die in einer Säule mit ungerader Nummer steht, zu ihrer linken Nachbarin addiert, im zweiten Halbzyklus geschieht gleiches mit den Zahlen in den geradzahligen Säulen. Für den Übertrag fand Babbage eine geniale, innovative Lösung: die in den beiden Halbzyklen auszuführenden Additionen werden ohne Übertrag durchgeführt, jedoch spannt jedes Ziffernrad, das die Neun überschreitet, einen Federmechanismus. Nach dem Ende der Additionen werden die Federn freigegeben und drehen das jeweils höhere Ziffernrad um eine Ziffer weite.

Auch diese Maschine blieb unvollendet, funktionierte aber in Teilen. Trotzdem sind beide Differenzenmaschinen Meisterwerke der Ingenieurkunst jener Zeit.

1985 entschloss sich ein Team von Wissenschaftlern und Ingenieuren im Science Museum London, einen kompletten Rechenautomaten nach den Originalplänen von Charles Babbage unter Beachtung der technologischen und technischen Gegebenheiten zu Babbages Zeit und mit Beseitigung der wenigen Entwurfsfehler zu bauen. Sie wollten den Nachweis erbringen, dass die Ideen Babbages durchaus realisierbar waren. Einen Monat vor Babbages 200. Geburtstag im November 1991 gelang dieser Nachweis mit der Berechnung der ersten 100 Werte einer Tabelle der siebten Potenzen.

Dionysos Lardner, ein englischer Professor, Physiker und Wissenschaftsjournalist, veröffentlichte 1834 im Edinburgh Review einen Artikel „Babbages Rechenmaschinen“, in dem er sehr ausführlich den dann etwa 30 Jahre später auf der Weltausstellung 1862 gezeigten Teil der Differenzenmaschine beschreibt und die Differenzenmethode sehr gut erklärt. Dieser Bericht führte in der Folge dazu, dass sowohl der englische Drucker Alfred Deacon als auch der schwedische Drucker Georg Scheutz und sein Sohn Edvard Scheutz so fasziniert von der Differenzenmethode waren, dass sie sich zum Bau eigener Differenzenmaschinen entschlossen.

**Alfred Deacon**, bekannt durch sein handwerkliches Können, baute aus reinem Vergnügen ein Modell des Rechenwerkes der Maschine, führte dies aber nur wenigen Freunden vor.

**Georg** (1785-1873) und **Edvard Scheutz** (1821-1881) entwickelten ab 1837 drei Differenzenmaschinen, ein Modell und zwei funktionierende Maschinen, wobei sie uneigennützig Hilfe auch von Charles Babbage erhielten, der an der Verwertung seiner Ideen regen Anteil nahm. Auf der Pariser Weltausstellung 1855 wurde die erste Maschine mit einer Goldmedaille prämiert. Beide Maschinen wurden verkauft, die eine an das Dudley-Observatorium in Albany (New York), wo sie wenig genutzt wurde, die andere an das General Register Office u. a. zur Berechnung englischer Sterblichkeitstabellen, die 1864 veröffentlicht wurden. Die Nutzung beider Maschinen war schwieriger als erwartet, letztlich landeten beide in Museen. Die Differenzenmaschinen der Scheutz arbeiteten mit vier Differenzen und 15 Stellen und druckten ein achtstelliges Ergebnis in Pappmaché.

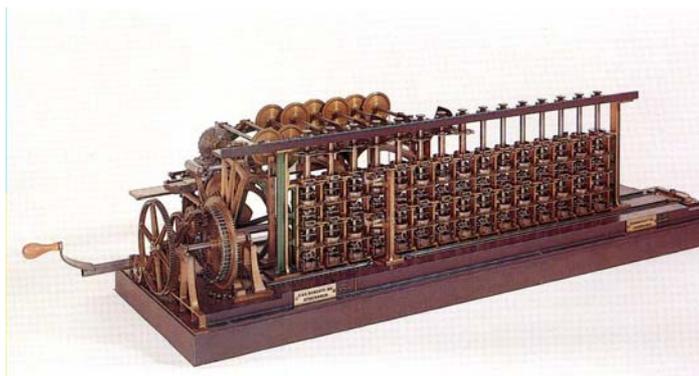


Abb. 2: Die Differenzenmaschine von Scheutz

Aus Berichten in der schwedischen Presse erfuhr ein anderer Schwede, **Martin Wiberg** (1826-1905), von den Differenzenmaschinen der Scheutz. Seine Begeisterung, Tabellen mit Hilfe von Maschinen zu berechnen, führte zum Bau von mindestens zwei vollständigen Maschinen, die erste baute er etwa 1860. Ihre Kapazität entsprach mit vier Differenzen und 15 Stellen den Scheutz-Maschinen, ihre Größe betrug jedoch nur 1/10. Sie besaß identische Metallplatten, die linear entlang einer Achse angeordnet wurden im Unterschied zu den Säulen oder Reihen von Ziffernrädern in den Maschinen von Babbage und Scheutz. Die Ergebnisse wurden in Pappmaché oder Leichtmetallstreifen gedruckt.

Während den Scheutz daran lag, ihre Maschinen zu verkaufen, bestand das Interesse Wibergs im Verkauf der von seiner Maschine berechneten und gedruckten Tabellen. 1875 veröffentlichte er eine Reihe von Tabellen siebenstelliger Logarithmen der Zahlen von 1 bis 100 000 und der Logarithmen von Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens. Im Vorwort der 1876 in England publizierten Logarithmustafeln räumte er Mängel bei der Druckqualität ein, verwies aber darauf, dass die größere Zuverlässigkeit der maschinenerzeugten Ergebnisse ein lohnenswerter Ausgleich gegenüber „größerer drucktechnischer Schönheit“ sei.

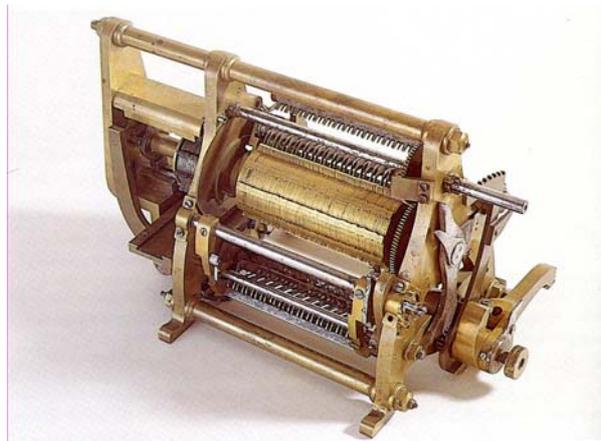


Abb.3: Die Differenzenmaschine von Wiberg

Die letzte „große“ Differenzenmaschine entwarf etwa 1871 der Amerikaner **George Barnard Grant** (1849-1917). Diese stand in krassem Gegensatz zu Wibergs Konstruktion und wog über eine Tonne. Ungeachtet des Faktes, dass diese Differenzenmaschine technisch erfolgreich war, brachte sie keinen kommerziellen Erfolg.

**Percy E. Ludgate**, ein irischer Buchhalter, plante mindestens eine Differenzenmaschine, die mit 16 Differenzen arbeiten sollte. Mangel an Geld und früher Tod verhinderten den Bau dieser Maschine.

Ein weiterer ernsthafter Entwurf kam von **Léon Bollée** (1870-1913), dem französischen Mechanik-Genie. Nach seinem Tod entdeckte man in seinem Nachlass den vollständigen Plan für eine Differenzenmaschine mit 27 Differenzen, die größte jemals erdachte Maschine dieser Art.

Auch im 20. Jahrhundert starben die Differenzenmaschinen nicht aus.

Zwei deutsche Wissenschaftler, J. Bauschinger und J. Peters fassten 1904 den Entschluss, eine neue Sammlung logarithmisch-trigonometrischer Tafeln mit acht Dezimalstellen herauszugeben, weil die bis dahin gebräuchlichen siebenstelligen Tabellen den ständig wachsenden Forderung nach hoher Genauigkeit in verschiedenen Wissenschaftsdisziplinen (Astronomie, Geodäsie, Statistik, Versicherungswesen, Finanzwirtschaft) nicht mehr genügten. Zur Unterstützung ihrer Berechnungen baten sie den bekannten deutschen Rechenmaschinenkonstrukteur **Christel Hamann** (1870-1948) um den Bau einer neuen Differenzenmaschine mit zwei Differenzen, 16 Dezimalen und der Möglichkeit zum Ausdrucken der Ergebnisse. 1909 lieferte Hamann die gewünschte Maschine, die die Erwartungen voll erfüllte. Nach einem Jahr waren die Interpolationsrechnungen abgeschlossen, und die Tafeln wurden 1910 für alle Zahlen von 1 bis 200 000 und acht Dezimalstellen herausgegeben.

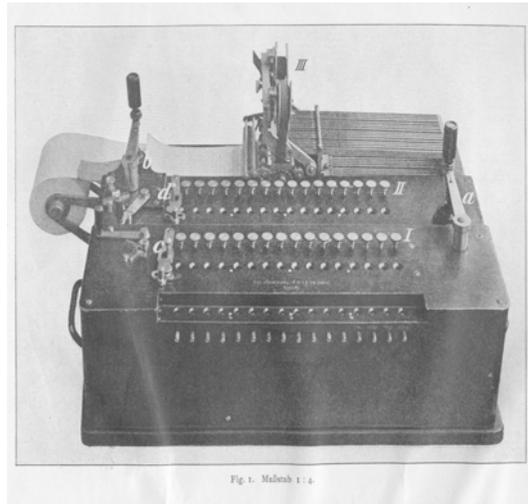


Abb. 4: Die Differenzenmaschine von Hamann

Die Differenzenmaschine von Hamann ist ein Tischrechner. Sie besteht aus drei getrennten Komponenten. Die erste Komponente speichert die zweite Differenz, eine weitere die erste Differenz, und die dritte Komponente ist für den Funktionswert und den Druckmechanismus zuständig. Durch Betätigen einer Kurbel wird die zweite Differenz zur ersten Differenz addiert und diese wiederum durch Drehen einer weiteren Kurbel zum Tabellenwert addiert, der dann als Resultat auf einen Papierstreifen gedruckt wird.

Nach dem 1. Weltkrieg wurde eine Reihe von Tischrechen- und -buchungsmaschinen hergestellt. Mit kleinen Modifikationen kann man sie - ebenso wie die Differenzenmaschine von Hamann - als moderne Versionen der Differenzenmaschine von Babbage ansehen. Zu diesen Entwicklungen gehören solche Rechenmaschine, bei denen zwei oder mehr Rechenwerke so miteinander verbunden sind, dass sie als eine Maschine benutzbar sind.

Die **Brunsviga Dupla** (1928) der Firma Brunsviga ist eine Doppelmaschine. Über einen Kurbelmechanismus kann der Inhalt des Resultatwerkes der einen Maschine in das Einstellwerk der anderen Maschine übertragen werden. Damit ist es möglich, Tabellen mit zwei Differenzen berechnen.

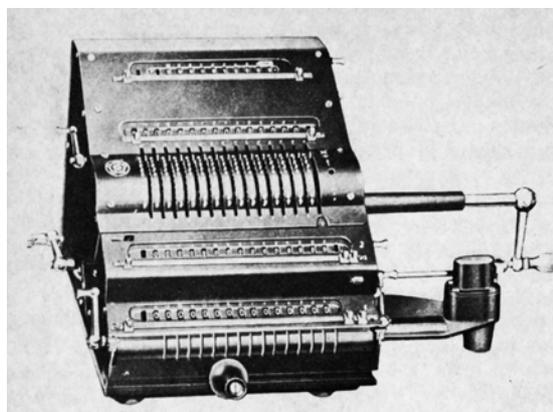


Abb. 5: Brunsviga Dupla

Eine der bemerkenswertesten Differenzenmaschinen dieser Entwicklungsrichtung wurde von **Alexander John Thompson** entworfen. Sie besteht aus vier einfachen durch Kurbeln angetriebenen Additionsmaschinen, die stufenweise so übereinander angeordnet sind, dass eine Zahl aus dem Resultatwerk einer Maschine in das Einstellwerk der nächsten Maschine übertragen werden kann. Sie wurde benutzt, um eine neue Sammlung 20stelliger Logarithmen zu berechnen.

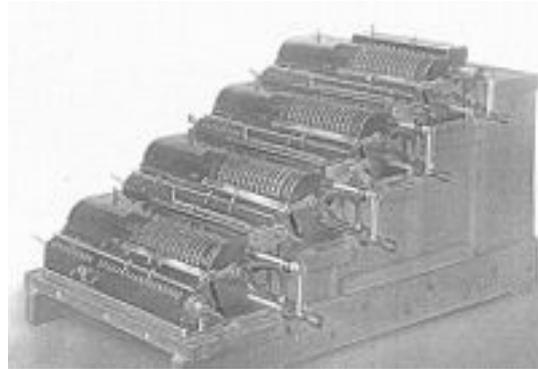


Abb. 6: Die Differenzenmaschine von Thompson

Der neuseeländische Astronom **Leslie J. Comrie** (1893-1950) war ein Pionier auf dem Gebiet mechanischer Rechengeräte. Er war der erste, der die Lochkartentechnik von Hollerith, die nur zu Buchungszwecken entwickelt wurde, für die wissenschaftliche Nutzung - astronomische Berechnungen und Herstellung astronomischer und mathematischer Tabellen unter Ausnutzung der Differenzenmethode - einsetzte.

1931 erkannte er, dass die Buchungsmaschine **National** (von National Cash Register Company) eine geeignete Grundlage für eine neu zu bauende Differenzenmaschine ist. Diese Basis-National war eine Addiermaschine mit einer 12spaltigen Tastatur, und sie besaß sechs separate Register zur Speicherung von Zwischenergebnissen. Die Zahlen, die über die Tastatur eingegeben wurden, konnte man in einem der Register speichern, wobei die dort schon abgelegten Zahlen in ein anderes Register transportiert werden konnten. Zudem war ein Drucken der Ergebnisse möglich. Ein Wagen sorgte bei seiner Bewegung von links nach rechts durch die Berührung von Tabulatoren dafür, dass die Register aktiviert oder deaktiviert wurden. Comrie beschrieb 1936 seine Idee: Der bewegliche Wagen würde die richtigen Register miteinander verbinden und bewirken, dass die erste Differenz zum Funktionswert addiert und das Ergebnis gedruckt wird. Der nächste Tabulator-Stop würde dafür sorgen, dass die zweite Differenz zur ersten Differenz addiert wird.

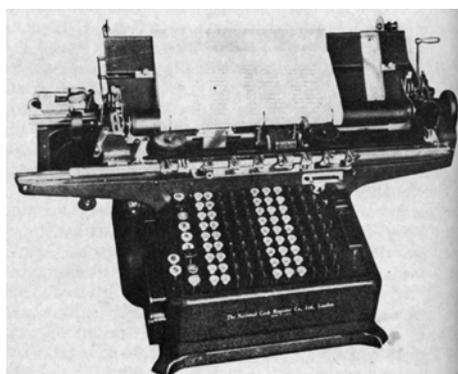


Abb. 7: Die Buchungsmaschine National

Comries Verdienst besteht darin, billige kommerzielle Buchungsmaschinen als Differenzmaschinen nutzbar gemacht zu haben. Damit revolutionierte er das Tabellenerstellen. Bis zur Ankunft der modernen Computer waren solche Maschinen die Arbeitspferde der wissenschaftlichen Tabellenersteller.

Als 1944 der erste digitale programmgesteuerte Rechenautomat Amerikas, MARK I, entworfen von **Howard Aiken** (1900-1973), seine Arbeit aufnahm, führte er vor allem ballistische Berechnungen aus, erzeugte also auch Tabellen. Und damit schließt sich der Kreis von den Differenzmaschinen zu den modernen Computern, wobei die Verbindung zwischen Howard Aiken und Charles Babbage auf zweierlei Weise hergestellt wird:

Zum einen gelangte durch Babbages Sohn, Henry Prevost Babbage, der starkes Interesse an den Arbeiten seines Vaters zeigte und diese auch fortsetzte, ein Teilstück einer Differenzmaschine 1886 nach Havard, USA, und später zu Aiken. Dieser erklärte, dass ihn jenes Teilstück zu Babbage führte.

Und zum anderen überreichte Leslie Comrie, der unmittelbar nach dem 2. Weltkrieg für drei Monate in den USA weilte und an einer Konferenz am M.I.T. über kriegsbedingte rechen-technische Entwicklungen in den USA und in Großbritannien teilnahm, Howard Aiken eine Kopie der Memoiren Charles Babbages „Passages from the Life of a Philosopher“ (London, 1864) mit der Widmung „Von einem Verehrer Charles Babbages für den anderen Verehrer“.

Das Positive von Differenzen besteht also darin, dass es unter Nutzung der Methode der finiten Differenzen gelang, das Erstellen von Tabellen sicher zu machen. Dabei führte die Entwicklung weg vom manuellen Rechnen hin zu mechanischen Rechenmaschinen. Diese Maschinen sind Spezialmaschinen - Additionsmaschinen - zur Berechnung mathematischer Tabellen.

---

Für die freundliche Unterstützung durch die Bereitstellung von Material möchte ich mich sehr herzlich bei Herrn Dr. Klaus Kühn und Herrn Thomas Münstermann bedanken. Mein Dank gilt ebenso Herrn Peter Holland und Herrn Prof. Erhard Anthes für die wertvollen Hinweise.

## Literaturverzeichnis

1. Mary Croarken, *Tabulating the Heavens: Computing the Nautical Almanac in the 18<sup>th</sup>-Century England*, in: IEEE Annals of The History of Computing 25 (2003) 3, p.48-61
2. Johann Helfrich Müller, *J. H. Müller's Fürstl. Hessen – Darmstädt. Ingenieurhauptmanns und Korrespondenten der Wissenschaften zu Göttigen, Beschreibung seiner neu erfundenen Rechenmaschine, nach ihrer Gestalt, ihrem Gebrauch und Nutzen. Herausgegeben und mit einer Vorrede begleitet von Ph. E. Klipstein*, Varrentrapp Sohn und Wenner, Frankfurt und Mainz 1786
3. Ralph Bülow, *Ein Entwurf für eine Differenzmaschine aus dem Jahre 1784*, in: Sudhoffs Archiv, 73 (1989) 2, S. 219-222

4. Anthony Hymann, *Charles Babbage: 1791-1871; Philosoph, Mathematiker, Computerpionier*, Klett-Cotta Stuttgart 1987
5. Bernhardt Dotzler (Hrsg.), *Babbages Rechen-Automate: Ausgewählte Schriften, Computerkultur Band VI*, Springer Verlag Wien, New York 1996
6. Doron Swade, *Charles Babbage and his Calculating Engines*, Science Museum London 1991
7. Doron Swade, *Der mechanische Computer des Charles Babbage*, in: Spektrum der Wissenschaft April 1993, S. 78-84
8. Michael Lindgren, *Glory and Failure - The Difference Engines of Johann Müller, Charles Babbage and Georg and Edvard Scheutz*, The MIT Press Cambridge, Massachusetts und London, England 1990
9. M. R. Williams, *The difference engines*, in: The Computer Journal 19(1976) 1, p. 82-89
10. Martin Wiberg, *Logarithmic-Tables, Computed and printed by means of his Calculating Machine*, The Printing Company Forsete Stockholm 1876
11. J. Bauschinger, J. Peters, *Logarithmisch-Trigonometrische Tafeln mit acht Dezimalstellen*, Verlag von Wilhelm Engelmann Leipzig 1910
12. Alexander John Thompson, *Logarithmetica Britannica, Being a Standard Table of Logarithms to twenty decimal places of the numbers 10,000 to 100,000*, University Press Cambridge 1952