

# Wie funktioniert ein Kegel-Reibrad-Planimeter? (und die Sache mit der Integralrechnung gleich mit)

Barbara Haerberlin, Stefan Drechsler

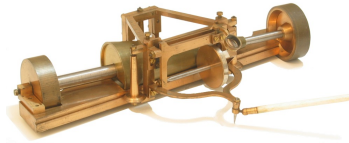
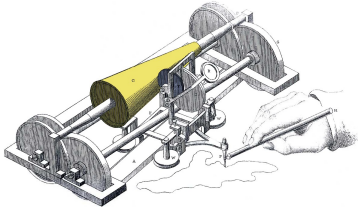
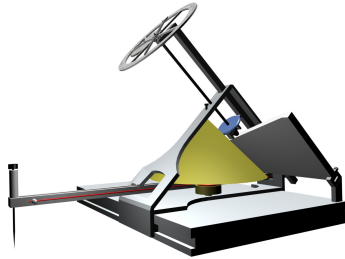
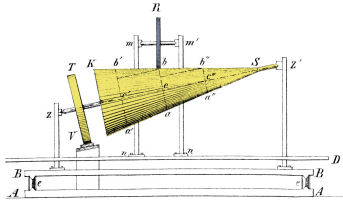
RST 22  
22.10.2011 Worms

# Abgrenzung (und Enttäuschung)



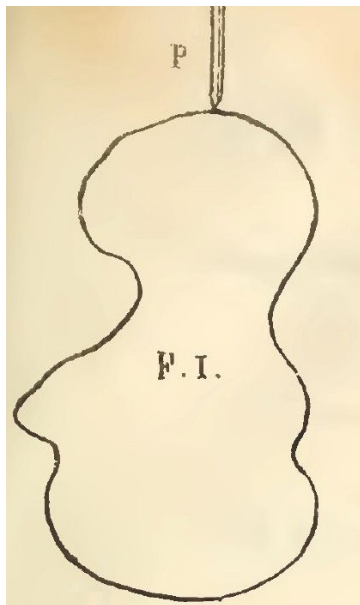
Um Polarplanimeter geht es hier nicht.

# Kegel-Reibrad-Planimeter



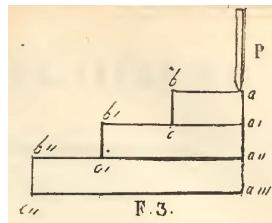
## Das Pflichtenheft des Tito Gonnella von 1825

- ▶ Sind  $P$  und  $Q$  zwei feine metallische Spitzen, von denen die eine längs des Umfanges der zu quadrierenden Figur herum geführt werden muss, dann soll sich diese Bewegung der anderen Spitze  $Q$  nach einem solchen Gesetze mitteilen, dass  $Q$  ein mit dem Flächeninhalte jener Figur gleich grosses Rechteck umfährt.

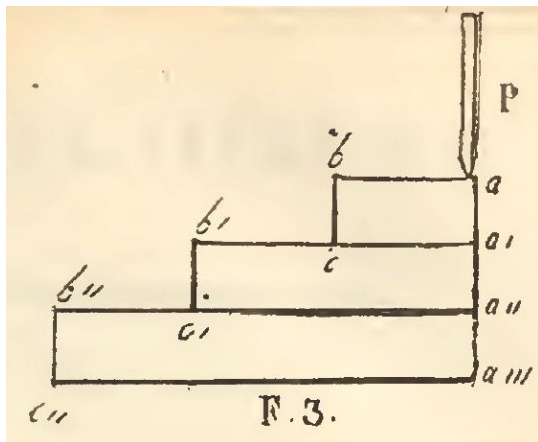
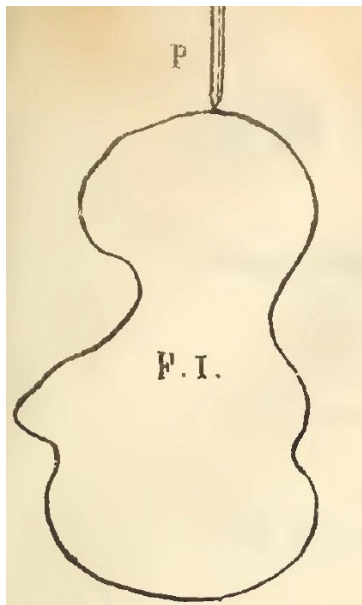


## Das Pflichtenheft des Tito Gonnella von 1825

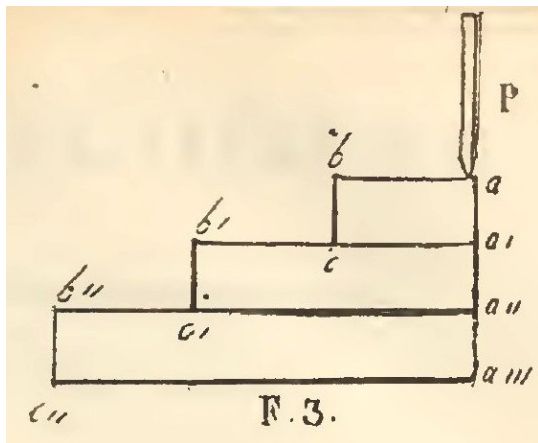
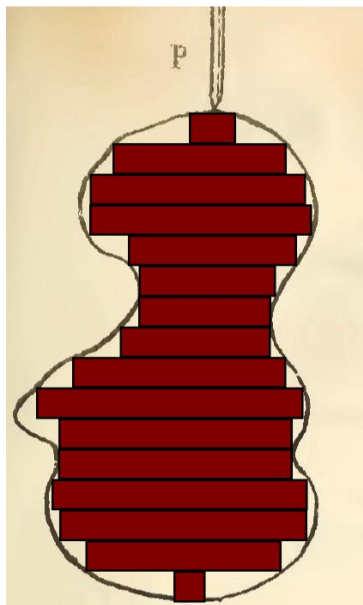
- ▶ Bewegt sich die Spitze  $P$  von  $a$  nach  $b$ , so darf sich die andere Spitze  $Q$  nicht bewegen.
- ▶ Führt man mit  $P$  von  $b$  nach  $c$ , so wird durch diese Bewegung ein Rechteck von der Breite  $\overline{bc}$  beschrieben, und es muss die Spitze  $Q$  einen gewissen Weg ... durchlaufen, welcher als das Maß der Fläche des Rechtecks  $abca'$  anzusehen ist.
- ▶ Wird  $P$  von  $c$  nach  $b'$  geführt, so darf der in  $R$  angekommene Stift  $Q$  seinen Platz  $R$  nicht verlassen;
- ▶ Wird aber  $P$  von  $b'$  nach  $c'$  bewegt, dann muss  $Q$  von  $R$  aus einen Weg  $RR'$  zurücklegen, ... dass die Bewegungsgrößen ... der Spitze  $Q$  den Höhen  $ab$  und  $a'b'$  der genannten Rechtecke proportional sein müssen.



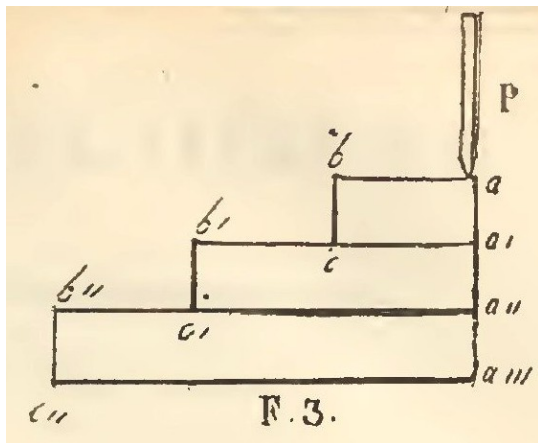
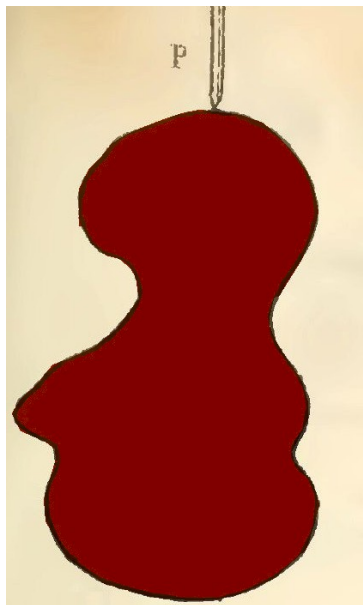
Reicht das?



Reicht das?

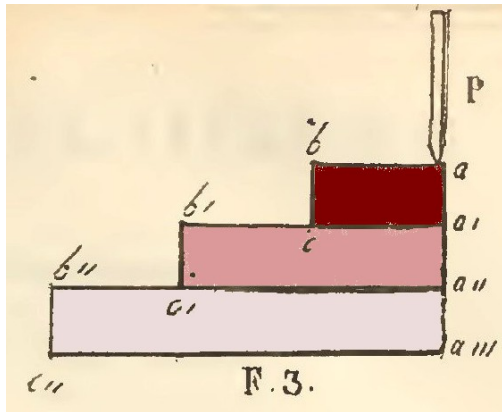


Ja, das reicht!



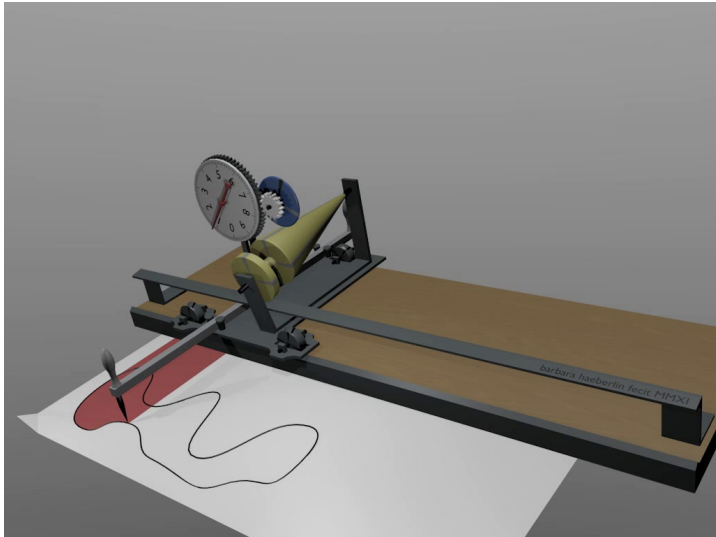


# Technische Realisierung



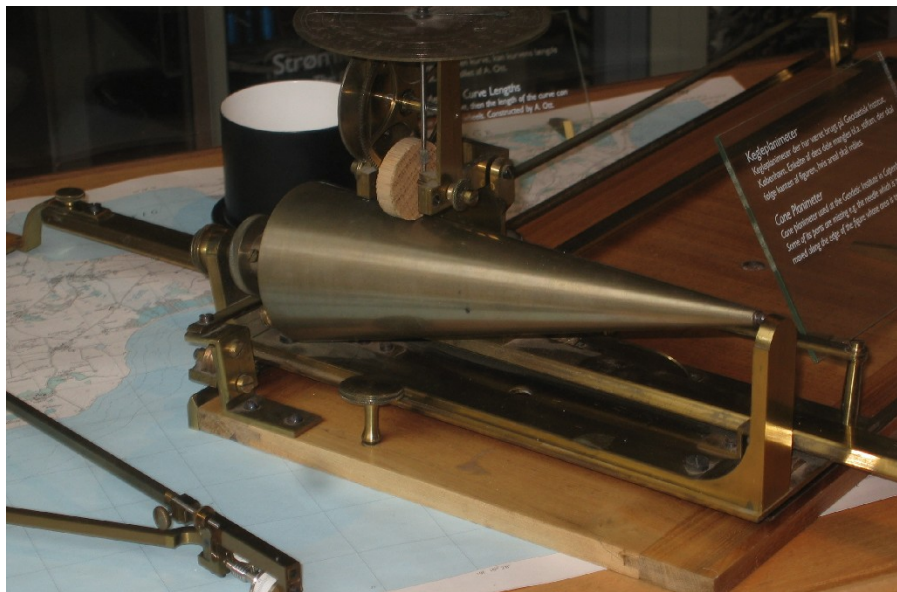
$$F = \overline{ab} \times \overline{bc} + \overline{a'b'} \times \overline{b'c'} + \overline{a''b''} \times \overline{b''c''}$$

# Planimeter von Heinrich Rudolf Ernst, 1836

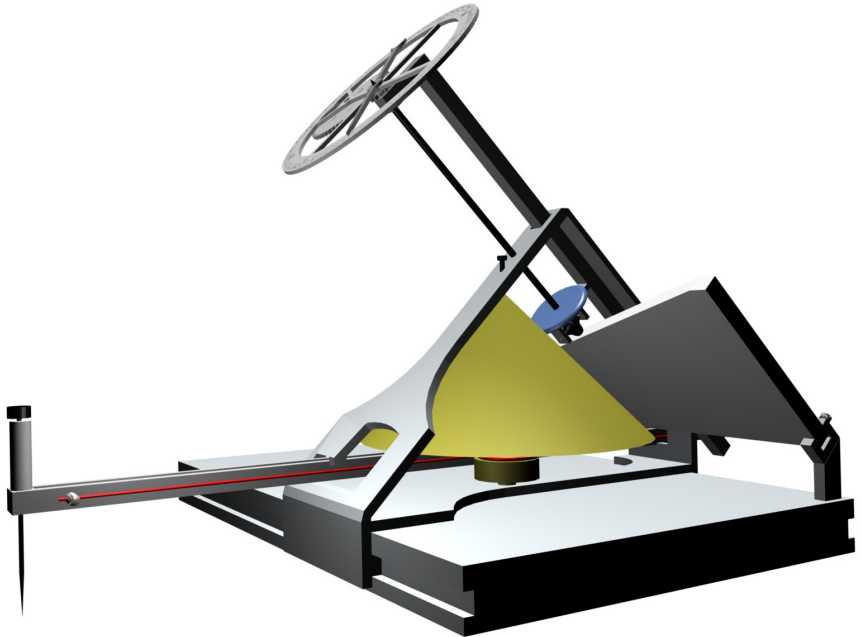


<http://www.youtube.com/watch?v=jpVYEpi-fDk>

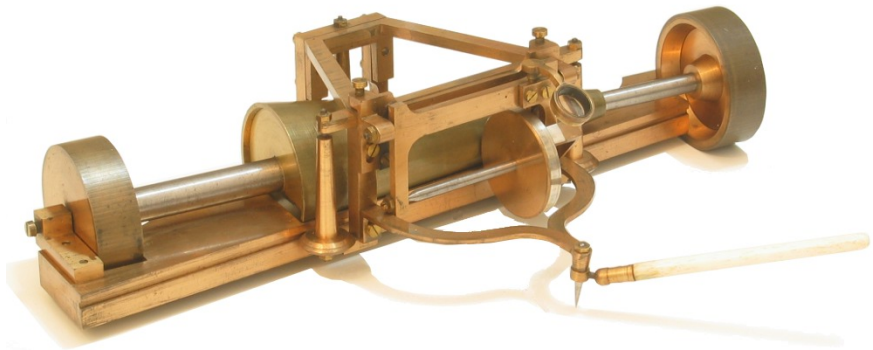
## Varianten: Ernst 1836



# Varianten: Hermann 1814



## Varianten: Sang 1851



Vielen Dank

