ARISTO - Rechenstab für Temperaturstrahlung Nr. 922

Gebrauchsanleitung

Der ARISTO-Rechenstab für Temperaturstrahlung stellt ein wertvolles Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes dar und ermöglicht auf einfache Weise die Berechnung der Energieverteilung in der schwarzen Strahlung.

Bezeichnungen:

h	Plancksches Wirkungsquantum
c	Lichtgeschwindigkeit
λ	Wellenlänge
k	Boltzmann-Konstante
T	absolute Temperatur

I. Einführung

Der Gebrauchsanleitung sei eine kurze Betrachtung der physikalischen Grundlagen des Wärmestrahlungsproblems vorangestellt.

In der Form

$$(1) \quad E(\lambda, T) = 2hc^2 \cdot \int_0^{\lambda} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \, d\lambda$$

gibt das Plancksche Strahlungsgesetz den auf das Intervall $(0,\lambda)$ entfallenden Betrag der Strahlungsenergie an, die von 1 cm^2 des schwarzen Strahlers in die Einheit des Raumwinkels ausgesandt wird.

Mit Hilfe der Substitution $z = \frac{hc}{\lambda kT}$ geht (1) über in

$$(2) \quad E(z) = \frac{2k^4}{h^3} \frac{T^4}{c^2} \int_z^{\infty} \frac{z^3}{e^z - 1} \, dz$$

Die Gesamtenergie der von 1 cm^2 des schwarzen Strahlers in die Einheit des Raumwinkels ausgehenden Strahlung erhält man aus (2) durch Ausdehnung des Integrationsintervalles:

$$(3) \quad E = \frac{2k^4}{h^3} \frac{T^4}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{z^3}{e^z - 1} \, dz = \frac{2k^4}{15h^3} \frac{\pi^4}{c^2} T^4$$

Aus (3) ergibt sich durch Multiplikation mit π (dabei ist der Lambertsche cos-Faktor berücksichtigt) die in den Halbraum in einer Sekunde von 1 cm^2 des Strahlers ausgehende Energie:

$$(4) \quad E = \frac{2k^4}{15h^3} \frac{\pi^5}{c^2} T^4 = \sigma T^4 \qquad \text{(Stefan-Boltzmannsches Gesetz)}$$

Das Maximum der Strahlungsenergie liegt bei einer Wellenlänge λ, die dem Wienschen Verschiebungsgesetz

$$(5) \quad \lambda_{max} \cdot T = const$$

genügt.