Der

# ARISTO-Rechenschieber

## System Darmstadt D

und seine Anwendung

von

Dipl.-Ing. A.-W. Kron

DENNERT & PAPE · HAMBURG-ALTONA

Der

# ARISTO-Rechenschieber

## System Darmstadt D

und seine Anwendung

von

Dipl.-Ing. A.-W. Kron

DENNERT & PAPE · HAMBURG-ALTONA

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.
Copyright 1940 by Dennert & Pape, Hamburg-Altona.
Printed in Germany.

1. Auflage.

# Inhalt


**Vorwort** . . . . . 5

Der Werkstoff
Das System Darmstadt

**Benennung und Lage der Skalen** . . . . . 7

I. Hauptleitern $x$, $x^2$, $\frac{1}{x}$
II. Zusatzleitern $e^x$, $e^{0,1x}$, $e^{0,01x}$, $x^3$, lg, $\sqrt{1-x^2}$, $\sphericalangle$
III. Maßstäbe
Läufer

**Die Arbeitsdiagramme** . . . . . 9

**Vorbemerkungen über das Rechenschieber-Rechnen** . . . . . 11

**I. Multiplizieren und Dividieren** . . . . . 13

a) Auf den Grundleitern
b) Produktentabelle
c) Dividieren auf den Grundleitern
d) Divisionstabelle
e) Kehrwerte
f) Dividieren mit der Kehrwertleiter
g) Divisionstabelle
h) Multiplizieren mit der Kehrwertleiter
i) Mehrfache Produkte
k) Dreisatz
l) Brüche
Zahlenrechnung
Stellenrechnung

**II. Potenzieren und Wurzelziehen** . . . . . 21

a) Quadrat und Quadratwurzel
b) Kubus und Kubikwurzel
c) Potenzen mit der Hochzahl $^3/_2$ oder $^2/_3$
d) Kombinationen
e) Zehnerpotenzen
f) **Potenzen von $e^n$**
$1 \leqq n \leqq 10$
$0,1 \leqq n \leqq 1$
$0,01 \leqq n \leqq 0,1$
$n > 10$
$0 < n \leqq 0,01$
$n < 0$
Wurzeln aus e
Zinseszinsrechnung

g) **Beliebige Potenzen der allgemeinen Form $a^n$**
1. Bereiche der Grundzahl a
$e < a < 10^5$
$1{,}1 < a < e$
$1{,}01 < a < 1{,}1$
$1 < a < 1{,}01$
$a > 10^5$
$0 < a < 1$
2. Bereiche der Hochzahl n
$1 < n < 10$
$n > 10$
$0{,}01 < n < 1$
$0 < n < 0{,}01$
$n < 0$
3. **Wurzelausdrücke mit beliebiger Hochzahl**
Umformung
direkt

**III. Bestimmung von Logarithmen** ..... 35
a) **Zehnerlogarithmen**
1. Gleichmäßige Leiter
2. e-Leiter
b) **Natürliche Logarithmen**
c) **Beliebige Logarithmen**
1. Mit Schieber direkt
2. Überführung

**IV. Rechtwinkliges Dreieck** ..... 38
a) $\sqrt{1-x^2}$
Anwendungen
b) $\sqrt{a^2+b^2}$
Zahlensprung
Trigonometrische Methode
Näherungsformeln

**V. Winkel- und Arcusfunktionen** ..... 42
a) **Rechenschieber als trigonometrische Tafel**
1. **Sinus-Tafel**
2. **Tangens-Tafel**
3. $\alpha < 0$; $\alpha > 90^0$
b) Grenzwinkel
c) Übergang zu anderen Funktionen desselben Winkels
d) Trigonometr. Funktionen in zusammenhängenden Rechnungen

**VI. Verschiedenes** ..... 46
a) **Läufer**
1. kW $\longleftrightarrow$ PS
2. d $\longleftrightarrow$ F
b) Maßstäbe
c) Geometrische Reihen

**Behandlung des Rechenschiebers** ..... 47
**Schrifttumhinweise** ..... 48

# Vorwort

Der Rechenschieber „Darmstadt" ist 1934 aus einer Gemeinschaftsarbeit des unter Leitung von Professor Dr. A. Walther VDI stehenden Institutes für Praktische Mathematik der Technischen Hochschule Darmstadt hervorgegangen.

1940 bringt die Firma DENNERT & PAPE, Hamburg-Altona, den **ARISTO-Rechenschieber „Darmstadt D"** heraus, der die Vorzüge der Skalenteilungen nach dem System „Darmstadt" mit den Vorteilen eines neuen Werkstoffes verbindet.

**Der Werkstoff.** Lagerungsversuche haben gezeigt, daß bei dem neuen ARISTO-Werkstoff die Längenänderungen des Schiebers durch Quellen und Schwinden praktisch stets kleiner als 0,1% sind.[1] Da Zunge und Körper aus demselben Werkstoff bestehen, verursachen die schon absolut geringen Änderungen der Abmessungen keine Längenunterschiede zwischen Körper und Zunge, die die Rechengenauigkeit beeinflussen. Die Festigkeit kommt praktisch der von Holzschiebern gleich; die hohe Elastizität gestattet dabei die Ausführung eines ganz flachen Profils. Stahleinlagen sind überflüssig. Der äußere Eindruck wird durch die blauweiße, hochglänzende Oberfläche, auf der die Bestrichelung und die Ziffern klar hervortreten, sehr gehoben. Die Widerstandsfähigkeit der Oberfläche wurde durch Ritzhärteprüfung bestimmt; sie ist so groß wie die von Zelluloid oder Zellhorn.

---

[1] A. Wasmus: Neuerungen am Rechenschieber, ETZ 60 (1939), S. 272 und 273.
Versuchsbericht vom 3. August 1939 der Eidgen. Materialprüfungs- u. Versuchsanstalt Zürich.
Prüfungsbericht vom 4. Januar 1937 der Materialprüfungsanstalt an der Technischen Hochschule Stuttgart.

**Das System Darmstadt.** Auswahl, Zuordnung und Gestaltung der Skalen (Leitern) sind bestimmt durch die Absicht, den Schieber „System Darmstadt D" zu einem allgemein anwendbaren Rechenhilfsmittel zu machen. Er trägt deshalb keine Sonderteilungen und nur Sondermarken für die Zahl $\pi = 3{,}1415$ und $\varrho = \frac{\pi}{180} = 0{,}01745$. Sonstige Sondermarken sind grundsätzlich vermieden, weil sie immer nur für einen beschränkten Benutzerkreis in Betracht kommen, für andere Benutzer wertlos, ja lästig sind und die Übersichtlichkeit stören. (Wer will, kann sich selbst noch Sondermarken einritzen.)

Um dem einzelnen Benutzer eine Möglichkeit zu geben, für sich den Schieber etwas spezieller auszugestalten, ist auf der Rückseite ein auswechselbarer Tabellenstreifen (Deckblatt) vorgesehen, auf dem wichtig erscheinende Größen und Formeln vermerkt werden können. Die gedruckten Formelstreifen sind Muster und sollen nur zu eigenen Ausführungen anregen.

# Benennung und Lage der Skalen des Rechenschiebers

Der Rechenschieber „Darmstadt D" trägt folgende Rechenskalen:

## I. Hauptleitern

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | Grundteilung, | schwarz, auf dem Körper |
| $x$ | „ | schwarz, auf der Zunge |
| $x^2$ | Quadratleiter, | schwarz, auf dem Körper |
| $x^2$ | „ | schwarz, auf der Zunge |
| $\frac{1}{x}$ | Kehrwertleiter, rot, auf der Zunge | |

(auch Reziprokleiter oder rückläufige Leiter genannt)

Um Verwechslungen zwischen Zungen- und Körperleiter auszuschließen, wird die Skalenbezeichnung für die Zungenleiter mit dem Index z versehen.

## II. Zusatzleitern

$e^{0,01x}$, $e^{0,1x}$, $e^x$, dreiteilige Exponentialleiter auf der Zungenrückseite, von 1,01 bis $10^5$

$x^3$ Kubikleiter, auf dem oberen Körperrand

lg gleichmäßig geteilte Logarithmusleiter, auf dem unteren Körperrand (Kante)

$\sqrt{1-x^2}$ Pythagoreische Leiter von 0,1 bis 1, auf dem Körper unterhalb x

$\sphericalangle$ sin und $\sphericalangle$ cos, $\sphericalangle$ tg und $\sphericalangle$ ctg } von $5^0$ bis $90^0$, trigonometrische Leitern, auf dem Körper unterhalb $\sqrt{1-x^2}$

Der rechte Winkel ist in $90^0$ geteilt; die weitere Unterteilung geschieht dezimal.[2]

Alle Hauptleitern haben Überteilung in Umkehrfarbe.

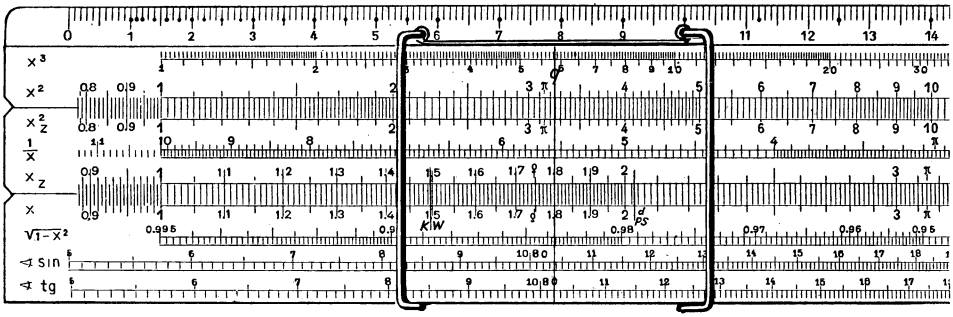
Gegenläufige Teilungen sind innen stets rot gefärbt.

---

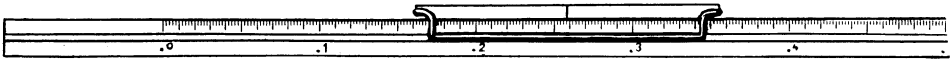
[2] Für Übergang von der Einteilung in $90^0$ (Altgrad) zu der in $100^g$ (Neugrad) vgl. O. Sust, Tafeln für die Umwandlung von Winkeln aus alter (sexagesimaler) in neue (zentesimale) Teilung und aus neuer in alte Teilung, Stuttgart (K. Wittwer) 1939. Vergleiche auch Tabelle auf Seite 44.

## III. Maßstäbe

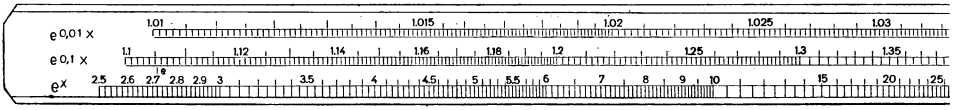
**Längenmaßstab, 0 bis 28 cm, mit Millimeterteilung. Längen- bzw. Tiefenmaßstab auf dem Körper (Rückseite), von 0 bis 30 cm.**



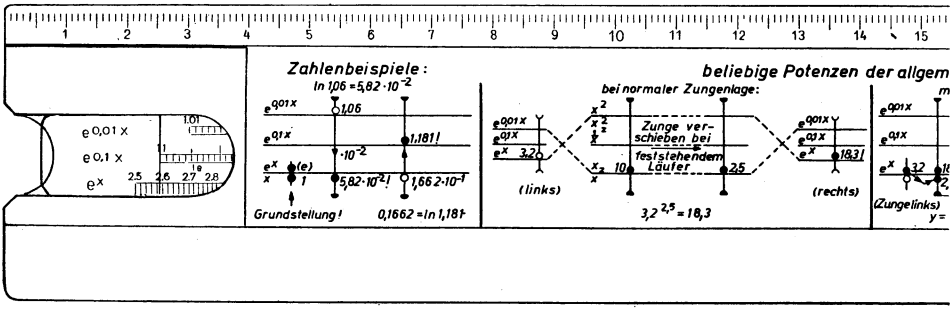

*Vorderseite*



*Untere Flachkante*




*Zungenrückseite*



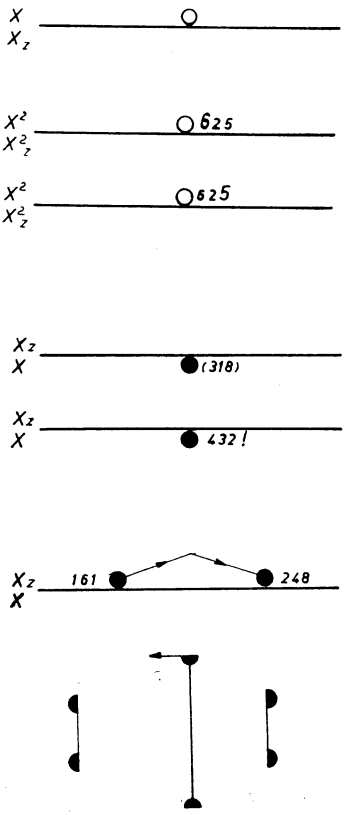

*Rückseite mit auswechselbarem Tabellenstreifen*

**Um die einzelnen Skalen zueinander in Beziehung zu bringen und um Zahlen festzuhalten, dient der Dreistrich-Freiblick-Läufer.**

# Die Arbeitsdiagramme

Die Handhabung des Rechenschiebers wird in dieser Anleitung mit Hilfe besonderer Arbeitsdiagramme erklärt. Sie geben in einer Art Notenschrift die zeitliche Aufeinanderfolge der Rechenschritte bei der Lösung einer Aufgabe an. Ein Eingehen auf die mathematischen Zusammenhänge ist dabei nicht nötig.

Die bei der Rechnung gebrauchten Skalen werden im Diagramm durch parallele Geraden angegeben, die mit den entsprechenden Buchstaben (siehe Seite 7 und 8) bezeichnet sind. Auf diesen Parallelen lassen sich die erforderlichen Rechenschritte vorzeichnen mit Hilfe einiger weniger Noten, die im folgenden angeführt sind:




Ein leerer Kreis kennzeichnet den Anfangspunkt des Verfahrens; die Ablesung ist daneben eingetragen.

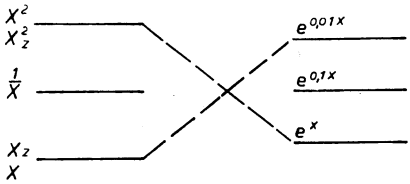
Eine Einstellung auf der Quadratleiter erfolgt innerhalb des linken (rechten) Abschnittes 1 bis 10 (10 bis 100), wenn die linke (rechte) Ziffer groß geschrieben ist; entsprechend für die Kubikleiter mit linker, mittlerer und rechter Ziffer.

Jede nachfolgende Maßnahme wird durch einen ausgefüllten Kreis gekennzeichnet. Eingeklammerte Zahlen sind Zwischenergebnisse; sie brauchen nicht abgelesen zu werden und dienen nur zur Kontrolle beim Üben. Als Endergebnis erhält die Zahl ein Ausrufzeichen.

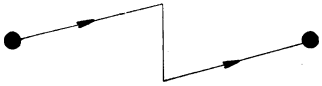
Das Auge läuft von einer Zahl zu einer anderen in Richtung der Pfeile.

Die zu den parallelen Leitern senkrechten Striche auf dem Läufer sind durch angehängte Halbkreise als linker, mittlerer und rechter Läuferstrich gekennzeichnet. Der mittlere Strich heißt Zeiger. Der Pfeil am Zeiger gibt die Bewegungsrichtung des Läufers an.

Der Strich mit offenen Halbkreisen an den Enden stellt den Zeiger auf den durchsichtigen Fensterchen des Körpers für das Ablesen von der Rückseite aus dar.




Die Kreuzung der Teilungslinien fordert zum Umkehren des Stabes auf, um auf der Rückseite die Exponentialskalen abzulesen.



Hiermit wird ein „Zahlensprung" angedeutet (Zwischenrechnung im Kopf vor Einstellen der neuen Zahl, 89. Beispiel).

Neuer Ansatz mit Teilergebnis im Zug einer Rechnung.

---

**Buchstaben:** a, b, . . . beliebige feste Zahlenwerte

x Größe, die eine gewisse Wertereihe durchlaufen kann

y die zugehörige von x abhängige Veränderliche (besonders bei Tabellenrechnungen angewandt)

**Zeichen:**

$\approx$ „ungefähr gleich"

$<$ „kleiner", z. B. $a < b$ wird gelesen „a kleiner als b"

$\leqq$ „höchstens gleich"

$>$ „größer"

$\geqq$ „mindestens gleich"

$1 < n < 10$ bedeutet: n kann alle Werte zwischen den Grenzen 1 und 10 haben, aber ausschließlich der Werte 1 und 10 selbst.

$1 \leqq n \leqq 10$ bedeutet: n kann alle Werte zwischen den Grenzen 1 und 10 haben einschließlich der Grenzen selbst.

# Vorbemerkungen über das Rechenschieberrechnen

Mit dem Rechenschieber kann man Multiplikationen, Divisionen, Potenzrechnungen mit ganzen und gebrochenen Hochzahlen und trigonometrische Rechnungen durchführen. Kommen im Laufe einer Rechnung Additionen oder Subtraktionen vor, so ist an dieser Stelle die Schieberrechnung zu unterbrechen und das Ergebnis gesondert (im Kopf oder auf dem Papier) zu ermitteln. Manchmal sind Umformungen zur Umgehung dieser Maßnahme zweckmäßig, wie Überführung von Summen in Produkte, Zahlensprung (siehe Seite 40). Besonders zeitsparend ist der Rechenschieber bei Tabellenrechnungen = Folge von Rechnungen der gleichen Art = Rechenfolge.

Man rechnet mit dreistelligen Zahlen, was für technische Rechnungen i. a. ausreicht. Das Ergebnis erhält man mit der Stellenzahl der Ausgangsgröße, ohne daß durch unnötig viele rein rechnerische Stellen eine gar nicht vorhandene Genauigkeit vorgetäuscht wird.

Der prozentuale Ablesefehler entlang einer logarithmischen Skala ist konstant und unabhängig vom Zahlenbereich. Macht man an einer beliebigen Stelle der Leiter einen Ablesefehler z. B. von $a = 0{,}2$ mm, so ändert sich bei einer Leiterlänge von $L = 250$ mm die abgelesene Zahl auf das

$$f = 10^{\frac{a}{L}} = 10^{\frac{0{,}2}{250}} = 10^{0{,}0008} \approx 1{,}002\text{fache, das heißt um } 2\,‰.$$

Bei einem Ablesefehler von 0,2 mm werden also die Zahlen auf 2 ‰ genau abgelesen.

Eine Rechenschieberrechnung setzt sich nun aus mehreren Einzelverrichtungen zusammen. Eine Analyse der hierbei möglichen Fehler gibt

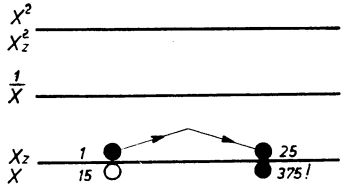
H. A. Ristau in „Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik" Bd. 16, 1936, Seite 33 bis 48. Hiernach ist bei gewöhnlichen Rechnungen ein mittlerer Fehler von 2‰ und ein größter Fehler von 4‰ zu erwarten.

Man übe sich im Lesen der Teilungen! Die dritte oder vierte Ziffer wird stets geschätzt. Der Schieber liefert keine Stellenwerte, sondern man liest nur eine Ziffernfolge ab (reine **Zahlenrechnung** ohne Komma). Die Kommastellung ist meist von vornherein klar oder wird im Kopf durch Überschlagsrechnung mit abgerundeten Zahlen bestimmt **(Stellenrechnung)**. Man gewöhne sich auch daran, den Stellenwert des Ergebnisses durch Abspalten von Zehnerpotenzen zu bestimmen, was die verschiedenen einschlägigen Regeln überflüssig macht (Beispiele Seite 20 bis 22).

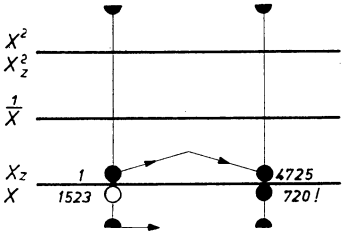
# I. Multiplizieren und Dividieren

**a)** Das **Multiplizieren** erfolgt i. a. auf den **Grundleitern** x, $x_z$.

**1.** Beispiel: 1,5 · 2,5 = 3,75

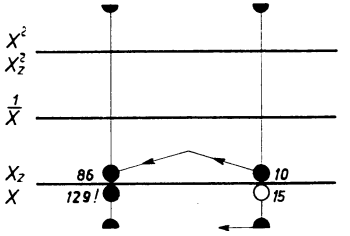



**2.** Beispiel: 1,523 · 4,725 = ?



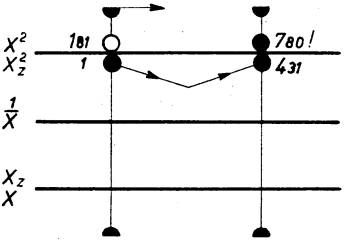

Hier nimmt man zum Einstellen und Ablesen besser den L ä u f e r zu Hilfe. Letzte Stelle schätzen (mit dem Auge zwischenschalten).

**3.** Beispiel: 1,5 · 8,6 = ?



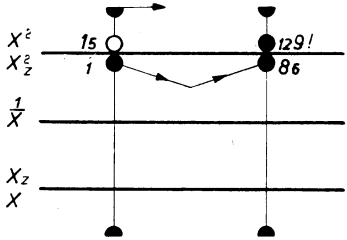

Die Zunge muß jetzt links angesetzt werden, damit das Ergebnis wieder auf der Grundleiter ablesbar ist. („D u r c h s c h i e b e n" oder „R ü c k s c h l a g" der Zunge.)

**4.** Beispiel: 1,81 · 4,31 = 7,8




Beim **Multiplizieren auf den Quadratleitern** entfällt der Rückschlag, aber die Ablesung ist nicht ganz so genau möglich wie auf den Grundleitern.

**5.** Beispiel: $1{,}5 \cdot 8{,}6 = 12{,}9$

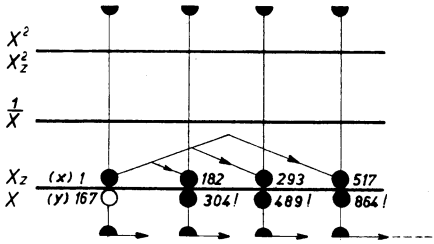



Ausführen der Multiplikation ohne Rückschlag im Gegensatz zu Beispiel 3.

**b)** Rechenschieber als **Produktentabelle.**

Hat man Produkte zu bilden, bei denen ein Faktor konstant ist und der andere eine Wertereihe durchläuft, so kann man mit dem Läufer der Reihe nach sämtliche Wertepaare einstellen.

**6.** Beispiel: $y = 1{,}67 \cdot x$




| x | 1,82 | 2,93 | 5,17 | ... | 7,76 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 3,04 | 4,89 | 8,64 | ... | 12,97 | ... |

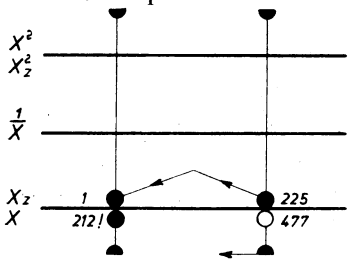
Rückschlag

Gerade beim Tabellenrechnen sind oft die Quadratleitern bequemer, weil man den Rückschlag spart. Beispiel: Maßstabrechnungen beim Umzeichnen.

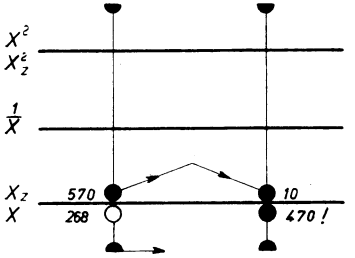
Eine Verallgemeinerung ist die Dreisatzrechnung, Seite 20.

**c) Das Dividieren erfolgt i. a. auf den Grundleitern.**

**7.** Beispiel: $\frac{4{,}77}{2{,}25} = 2{,}12$




**8.** Beispiel: $\frac{2{,}68}{5{,}7} = 0{,}4702$




Das Ergebnis ist immer unter demjenigen Endstrich (1 oder 10) der Zungenteilung ($x_z$) zu suchen, der gerade innerhalb des Stabkörpers liegt. Durchschieben der Zunge erübrigt sich also beim Dividieren.

**d) Divisionstabelle** mit festem Nenner $y = \frac{x}{c}$ bzw. $\frac{x}{y} = c$ festes Verhältnis.

Diese Beziehung ist nützlich für proportionales Umrechnen wie Vergrößern oder Verkleinern.

**9.** Beispiel: 7,5 cm Zeichnung entsprechen 1 m in Natur

x cm Zeichnung entsprechen $\frac{x}{7{,}5}$ m in Natur

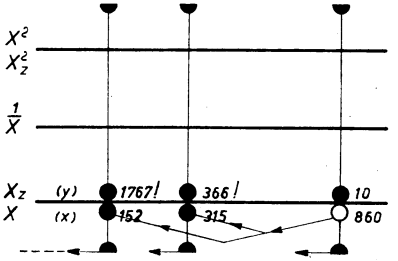
**10.** Beispiel: 860 kcal entsprechen 1 kwh

x kcal entsprechen $\frac{x}{860}$ kwh

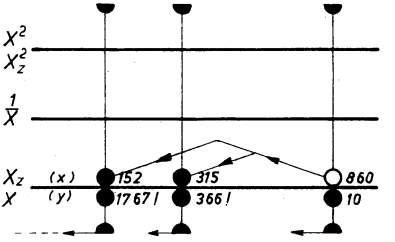
Der Rechenschieber liefert jetzt eine Tabelle für die Beziehung

$$y = \frac{x}{860}$$

| x | 3150 | 15200 | ... |
|---|---|---|---|
| y | 3,66 | 17,67 | ... |



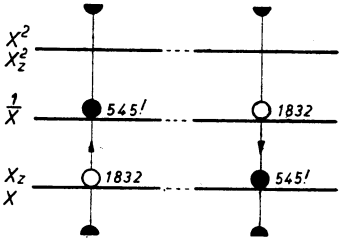

oder




Zusammengehörige Werte von x und y stehen immer übereinander auf den Leitern x und $x_z$.

## e) Kehrwerte $y = \frac{1}{x}$.

**11.** Beispiel: $\frac{1}{1{,}835} = 0{,}545$

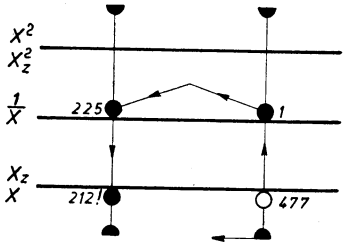



Die Kehrwerte zu Zahlen der Grundleiter $x_z$ werden unmittelbar darüber auf der Kehrwertleiter $\frac{1}{x}$ abgelesen; rote Farbe bedeutet gegenläufige Teilung, d. h. die Logarithmen sind auf der Kehrwertleiter von rechts nach links aufgetragen.

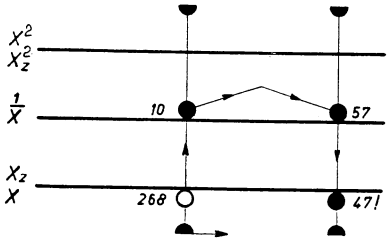
Die Kehrwertleiter ermöglicht und erleichtert viele andere Rechnungen.

## f) Dividieren mit der Kehrwertleiter: $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$.

**12.** Beispiel: $\frac{4{,}77}{2{,}25} = 2{,}12$



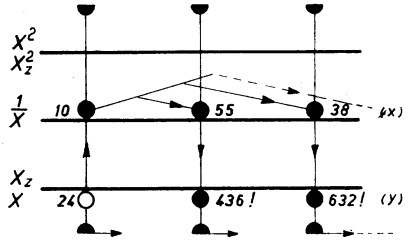

**13.** Beispiel: $\frac{2{,}68}{5{,}7} = 0{,}470$




Bei dieser Art der Division kann Durchschieben der Zunge nötig werden.

**g) Divisionstabelle** mit festem Zähler $y = \frac{c}{x}$ z. B. Ordinate der gleichseitigen Hyperbel; Inversion bzw. Tabelle der Wertepaare für festes Produkt $x \cdot y = c$, z. B. Gasgesetz: $p \cdot v =$ konst.

**14.** Beispiel: $y = \frac{2{,}4}{x}$

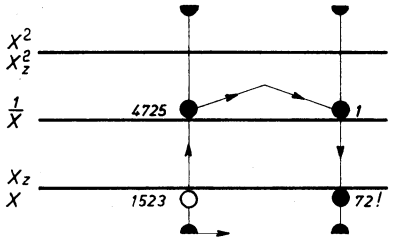



| x | 5,5 | 3,8 | ... |
|---|---|---|---|
| y | 0,436 | 6,32 | ... |

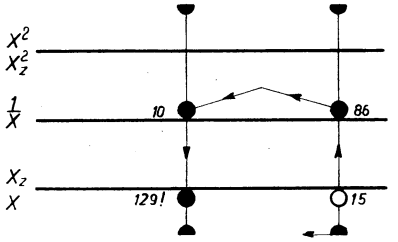
Zusammengehörige Werte x und y stehen immer übereinander auf der x- und $\frac{1}{x}$-Leiter.

**h) Multiplizieren mit der Kehrwertleiter** $a \cdot b = \frac{a}{\frac{1}{b}}$

**15.** Beispiel: $1{,}523 \cdot 4{,}725 = 7{,}2$



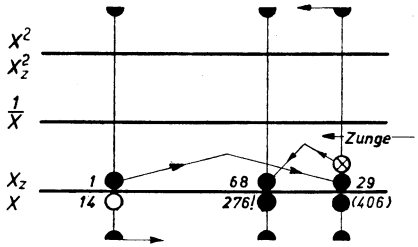

**16.** Beispiel: $1{,}5 \cdot 8{,}6 = 12{,}9$



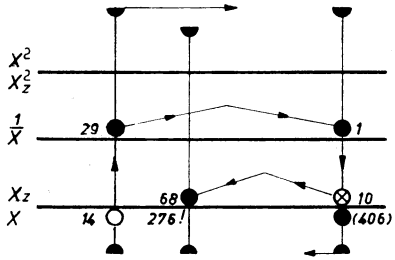

Rückschlag der Zunge kann hier nie vorkommen, da man immer unter dem passenden Endstrich ablesen kann; vgl. das normale Dividieren.

## i) Mehrfache Produkte.

**17.** Beispiel: $1{,}4 \cdot 2{,}9 \cdot 6{,}8 = 27{,}6$

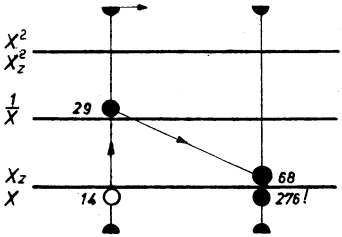



Man berechnet zunächst wie gewöhnlich a · b (1,4 · 2,9) und dann (a·b)·c bzw. (1,4·2,9)·6,8. Hierbei gestattet der Schieber den Vorteil, daß die zweite Rechnung unmittelbar an die erste angehängt werden kann. Das Teilprodukt a · b braucht nicht abgelesen zu werden, sondern wird nur mit dem Läufer festgehalten. Dann verschiebt man die Zunge so, daß die 1 (oder 10) der Grundleiter $x_z$ über a·b, d.h. unter den Läuferstrich zu stehen kommt. Jetzt kann der nächste Faktor c angehängt werden.




Man kann hierbei eine Verschiebung der Zunge sparen, indem man unter Benutzung der Kehrwertleiter rechnet

$$a \cdot \frac{1}{\frac{1}{b}} \cdot c \quad \text{bzw.} \quad 1{,}4 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2{,}9}} \cdot 6{,}8$$

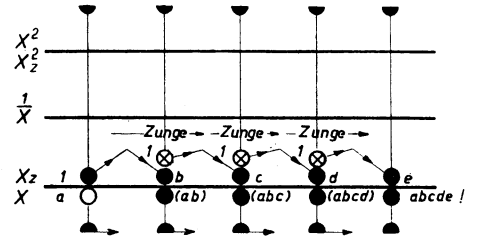



Bei einiger Übung läuft der Blick nur noch so, wie die nebenstehend vereinfachte Darstellung zeigt.

Dieser Vorteil wird noch größer bei mehr als drei Faktoren.

Allgemeines Beispiel für 5 Faktoren: a · b · c · d · e.

1. Man führt die Multiplikationen aneinanderhängend aus auf den Grundleitern x und $x_z$.

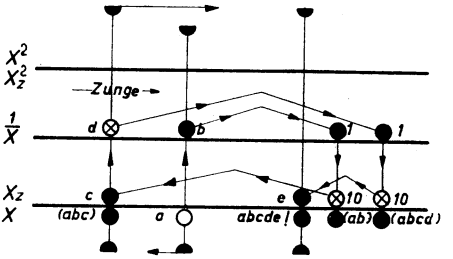



Erforderlich ist dabei:

4 mal Zunge ansetzen (bzw. durchschieben),

4 mal Läufer aufsetzen.

2. Multiplikation mit Hilfe der Kehrwertleiter.

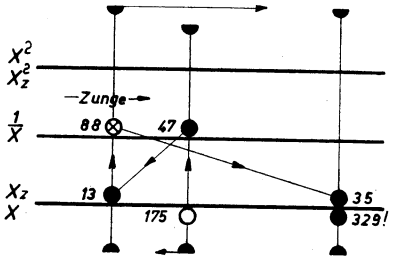



Erforderlich ist dabei:

2 mal Zunge ansetzen,

3 mal Läufer aufsetzen.

**18.** Beispiel: $0{,}175 \cdot 4{,}7 \cdot 13 \cdot 0{,}88 \cdot 3{,}5 = 32{,}9$



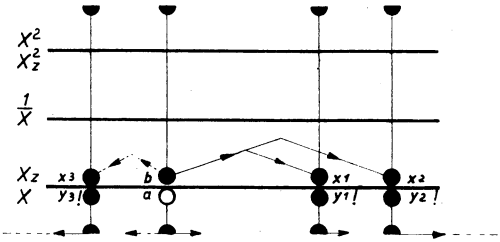

(Vereinfachte Darstellung bzw. Blickführung.)

## k) Zusammengesetzte Brüche.

### Dreisatz.

**19.** Beispiel: b cm Zeichnung entsprechen a cm Natur
x cm Zeichnung entsprechen y = ? cm Natur

$$y = \frac{a}{b} x$$



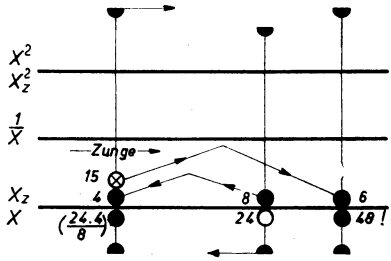

Man bildet zuerst den Quotienten $\frac{a}{b}$ in gewohnter Weise und kann dann Multiplikationen mit x anschließen. In dieser Stellung ist der Rechenschieber eine Wertetabelle für

$$y = \text{Konstante} \cdot x$$

(vergl. die Produktentabelle Seite 14). Übereinanderstehende Zahlen bilden immer ein Wertepaar y, x. Führt man die Dreisatzrechnung auf den $x^2$- Skalen aus, so wird etwaiges Durchschieben der Zunge vermieden.

## l) Brüche von der Form $\frac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e}$.

**20.** Beispiel: (absichtlich einfach gewählt) $\frac{2{,}4 \cdot 4 \cdot 6}{8 \cdot 1{,}5} = 4{,}8$




Es wäre ganz unpraktisch, zuerst den Zähler a · b · c auszurechnen, dann den Nenner d · e zu bestimmen und schließlich Zähler geteilt durch Nenner zu bilden.

Man bestimme vielmehr zuerst $\frac{a}{d}$, schließe dann sofort ohne Verschiebung der Zunge und ohne das Teilergebnis $\frac{a}{d}$ abzulesen, die Multiplikation mit b an, bilde sogleich mit entsprechender Zungenverschiebung $\frac{a \cdot b}{d \cdot e}$ und schließlich noch nur durch Läuferverschiebung $\frac{a \cdot b}{d \cdot e} \cdot c$. Jetzt erfolgt Ablesung.

Häufig hat man es bei solchen Brüchen mit Zahlen verschiedener Größenordnung zu tun. Dann rechnet man am sichersten, wenn man klar trennt zwischen **Zahlenrechnung** und **Stellenrechnung.** Das geschieht durch Abspalten von Zehnerpotenzen wie folgt:

**21.** Beispiel:

$$\frac{0{,}0024 \cdot 40 \cdot 60\,000}{0{,}08 \cdot 0{,}00015} = \frac{2{,}4 \cdot 4 \cdot 6}{8 \cdot 1{,}5} \cdot \frac{10^{-3} \cdot 10^{1} \cdot 10^{4}}{10^{-2} \cdot 10^{-4}} = 4{,}8 \cdot 10^{8}$$

**Zahlenrechnung:** Der Zahlenbruch wird berechnet wie vorher gezeigt wurde.

**Stellenrechnung:** Alle Zehnerpotenzen werden zusammengerechnet zu einem Faktor und damit die Kommastelle bestimmt.

Bei Prozentrechnungen ist es oft von Vorteil, die in Rechnung stehende Größe erst gegen Hundert abzusetzen; man gewinnt dabei eine Dezimale.

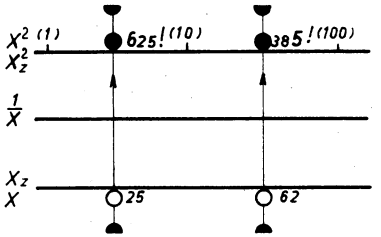
**22.** Beispiel:

Ein elektrischer Generator gibt ab 550 kW, seine Verluste betragen 37,5 kW (z. B. nach dem Einzelverlustverfahren ermittelt). Dann ist der Wirkungsgrad $x = \frac{550}{550 + 37{,}5} = 93{,}6\,\%$. Genauer rechnet man: $1 - x = \frac{37{,}5}{587{,}5} = 6{,}38\,\%$, also $x = 93{,}62\,\%$.

# II. Potenzieren und Wurzelziehen

## a) Quadrat und Quadratwurzel.

Für Potenzen mit den Hochzahlen 2 oder $\frac{1}{2}$ ($= \sqrt[2]{\phantom{x}}$) ist die Quadratskala $x^2$ da, die auf die Grundleiter x bezogen ist.




**23.** Beispiele für Quadrate:

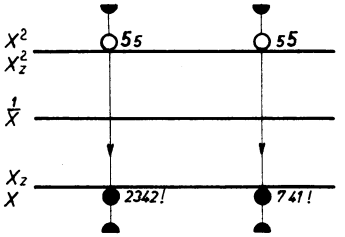
$2{,}5^2 = 6{,}25$

$250^2 = 2{,}5^2 \cdot (10^2)^2 = 6{,}25 \cdot 10^4 = 62\,500$

$6{,}2^2 = 38{,}5$

$0{,}062^2 = 6{,}2^2\,(10^{-2})^2 = 38{,}5 \cdot 10^{-4} = 0{,}00385$

Auch hier beachte man:
erst Zahlenrechnung,
dann Stellenrechnung durch Abspalten von Zehnerpotenzen.




**24.** Beispiele für Quadratwurzeln:

$\sqrt{5{,}5} = 2{,}342$

$\sqrt{55} = 7{,}41$

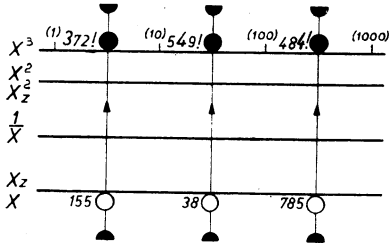
$\sqrt{0{,}00055} = \sqrt{5{,}5} \cdot \sqrt{10^{-4}} = 2{,}342 \cdot 10^{-2} = 0{,}02342$

$\sqrt{0{,}0055} = \sqrt{5{,}5} \cdot \sqrt{10^{-3}}$ unbequem;
besser $= \sqrt{55} \cdot \sqrt{10^{-4}} = 7{,}41 \cdot 10^{-2} = 0{,}0741$

Stellenrechnung: Man muß immer eine Zehnerpotenz mit geradzahliger Hochzahl abspalten, um die Wurzel bequem ziehen zu können.

## b) Kubus und Kubikwurzel.

Für Potenzen mit den Hochzahlen 3 oder $\frac{1}{3}$ ($= \sqrt[3]{\phantom{x}}$) ist die Kubikskala $x^3$ da, die auf die Grundleiter x bezogen ist.

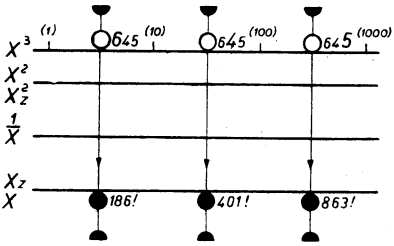



**25.** Beispiele für Kuben:

$1{,}55^3 = 3{,}72$

$0{,}0038^3 = 3{,}8^3\,(10^{-3})^3 = 54{,}9 \cdot 10^{-9}$
$= 0{,}000\,000\,0549$

$785^3 = 7{,}85^3\,(10^2)^3 = 484 \cdot 10^6$
$= 484\,000\,000$




**26.** Beispiele für Kubikwurzeln:

$\sqrt[3]{645} = 8{,}63$ ist direkt einzustellen

$\sqrt[3]{64500} = \sqrt[3]{6{,}45} \cdot \sqrt[3]{10^4}$ unbequem;

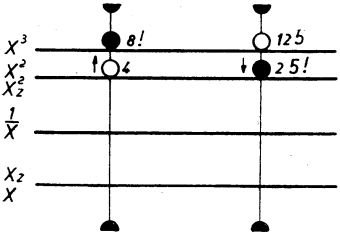
besser $= \sqrt[3]{64{,}5} \cdot \sqrt[3]{10^3} = 4{,}01 \cdot 10 = 40{,}1$

$\sqrt[3]{0{,}000\,00645} = \sqrt[3]{6{,}45} \cdot \sqrt[3]{10^{-6}}$
$= 1{,}86 \cdot 10^{-2} = 0{,}0186$

Stellenrechnung: Es sind immer Zehnerpotenzen mit durch 3 teilbarer Hochzahl abzuspalten.

## c) Potenzen mit den Hochzahlen $\frac{3}{2}$ und $\frac{2}{3}$.

Bringt man Zahlen der Kubikleiter $x^3$ und der Quadratleiter $x^2$ miteinander in Verbindung, so erhält man Potenzen mit den Hochzahlen $\frac{3}{2}$ bzw. $\frac{2}{3}$.




**27.** Beispiele:

$4^{\frac{3}{2}} = 8$

$125^{\frac{2}{3}} = 25$

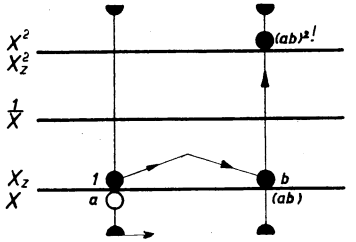
## d) Zusammengesetzte Ausdrücke.

Mit Grundleitern, Kehrwertleiter und Quadratleitern lassen sich auch zusammengesetzte Ausdrücke einzeln oder in einer Rechenfolge mit einem Minimum an Einzelverrichtungen leicht berechnen.

Beispiele:

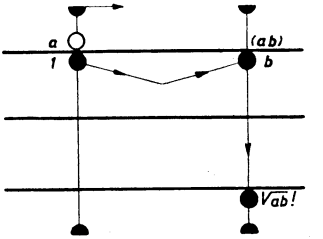
**28.**

$(a \cdot b)^2$



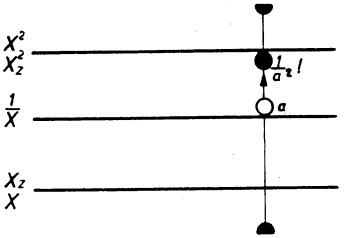

**29.**

$\sqrt{a \cdot b}$



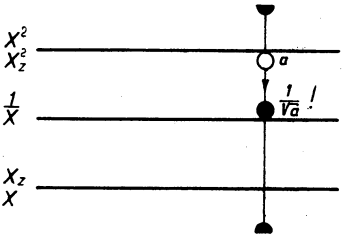

**30.**

$\frac{1}{a^2}$



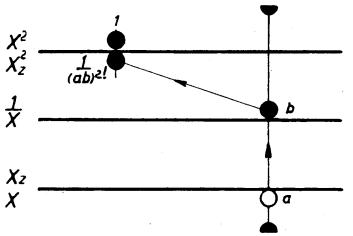

**31.**

$\frac{1}{\sqrt{a}}$



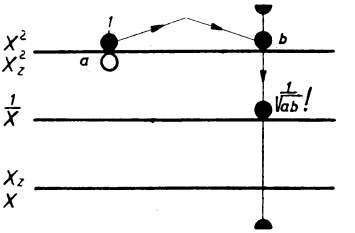

**32.**

$\frac{1}{(a\,b)^2}$



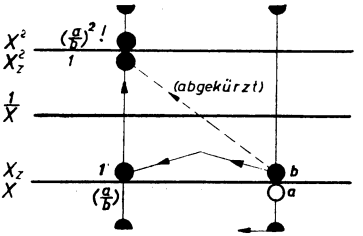

**33.**

$\frac{1}{\sqrt{a \cdot b}}$



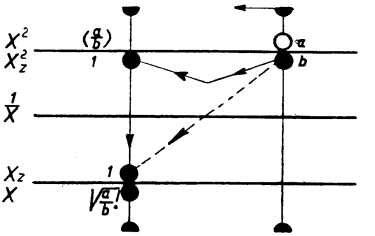

**34.**

$\left(\frac{a}{b}\right)^2$




**35.**

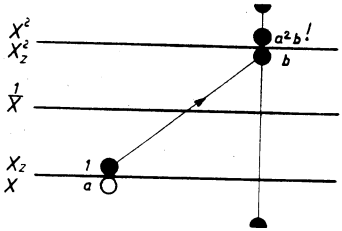
$\sqrt{\frac{a}{b}}$




$a^3$ $\sqrt[3]{a}$ Kombin.

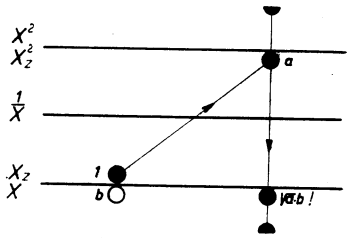
**36.**

$a^2 \cdot b$



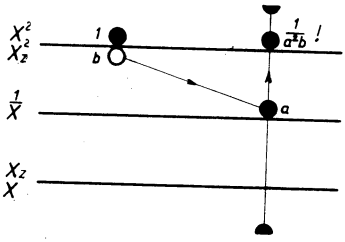

**37.**

$\sqrt{a} \cdot b$



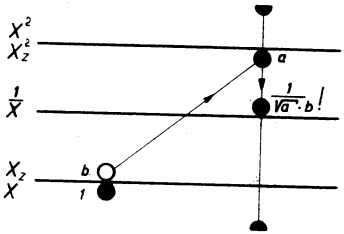

**38.**

$\frac{1}{a^2 b}$



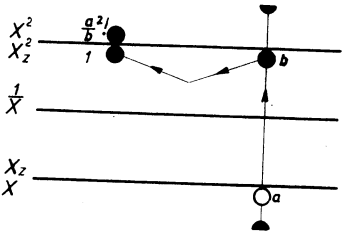

**39.**

$\frac{1}{\sqrt{a} \cdot b}$



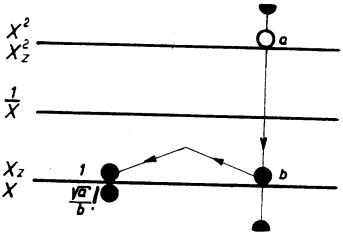

**40.**

$\frac{a^2}{b}$



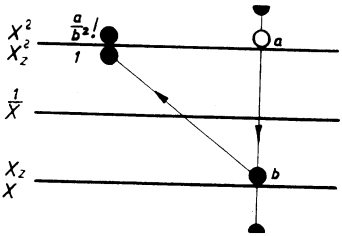

**41.**

$\frac{\sqrt{a}}{b}$



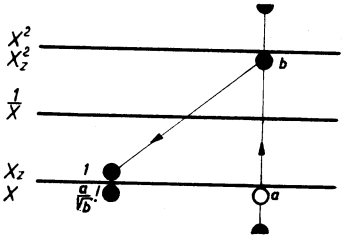

**42.**

$\frac{a}{b^2}$




**43.**

$\frac{a}{\sqrt{b}}$




**Bei allen Kombinationen mit $\sqrt{\ }$ Achtung auf Zehnerbereich! Entsprechende Kombinationen mit der Kubikleiter sind auch möglich.**

Kommen als Hochzahl andere Zahlen außer 2 und 3 vor, so muß man die **dreiteilige Exponentialleiter** ($e^{0,01x}$, $e^{0,1x}$, $e^{x}$) benutzen und kann damit jede beliebige Potenzrechnung durchführen. Mit den Exponentialleitern kann man auf zwei Arten arbeiten.

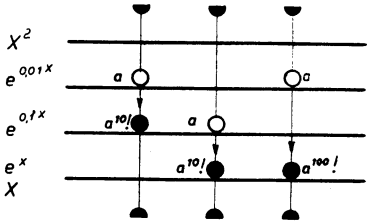
1. Bei Einzelrechnungen liest man diese Teilungen ab am Ablesestrich der Fensterchen auf der Rückseite des Schieberkörpers. Mit Hilfe dieses festen Ablesestriches werden die Exponentialskalen in Beziehung zu Skalen der Schiebervorderseite gebracht.
2. Bei einer Rechenfolge ist es praktischer, die Zunge mit nach oben gedrehter Rückseite in den Schieberkörper zu stecken. **(Tabellenstellung.)** Man rechnet dann weiter wie gewöhnlich mit Zunge und Läufer. Wenn hierbei die Zahl $e = 2{,}718$ auf $e^{x}$ über der linken 1 der Teilung x steht, befindet sich die Zunge in der **„Grundstellung"**.



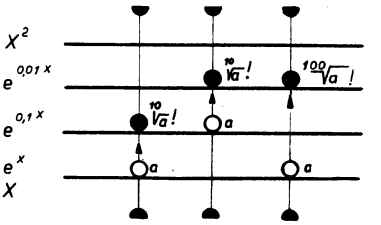
## e) Zehnerpotenzen.

Sie können unmittelbar abgelesen werden.

**44.** Beispiele: $a^{10}$, $a^{100}$




**45.** Beispiele: $\sqrt[10]{a}$, $\sqrt[100]{a}$

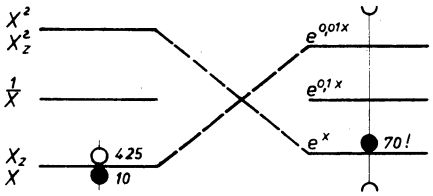



Beim Übergang von $e^{0,01x}$ zu $e^{0,1x}$ bzw. von $e^{0,1x}$ zu $e^{x}$ erhebt man die betreffende Zahl jeweils in die 10. Potenz.
Beim Übergang von $e^{x}$ zu $e^{0,1x}$ bzw. von $e^{0,1x}$ zu $e^{0,01x}$ zieht man jeweils die 10. Wurzel aus der betreffenden Zahl.

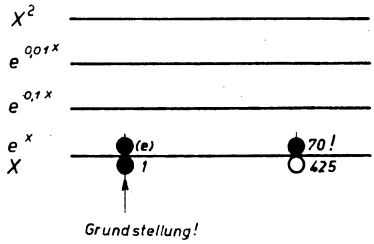
## f) Potenzen der Zahl e = 2,7183.

Die Hochzahlen n von $e^n$ werden immer auf der Grundleiter eingestellt. Die Potenzen liest man auf den drei Exponentialskalen ab. Für $1 \leq n \leq 10$ stehen die Potenzen auf dem untersten Streifen $e^x$.

**46.** Beispiel: $e^{4,25} = 70$.




oder:



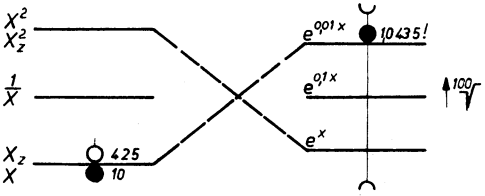

Zungenrückseite nach vorn:
= Tabellenstellung (Zunge in Grundstellung).

**47.** Über der Zahl 70 auf $e^x$ findet man auf $e^{0,1x}$:

$$\sqrt[10]{70} = \sqrt[10]{e^{4,25}} = e^{0,425} = 1,53; \quad \text{also:}$$

für $0,1 \leq n \leq 1$ stehen die Potenzen auf dem mittleren Streifen $e^{0,1x}$ und entsprechend

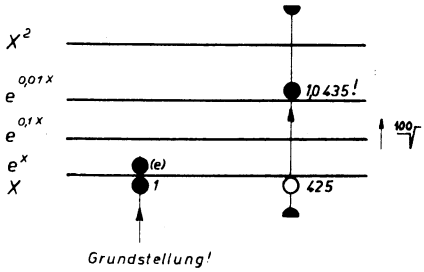
für $0,01 \leq n \leq 0,1$ stehen die Potenzen auf dem obersten Streifen $e^{0,01x}$.




**48.** Beispiel:
$e^{0,0425} = 1,0435$

oder:

Zungenrückseite nach vorn
= Tabellenstellung (Zunge in Grundstellung).




In der Stellung „Zungenrückseite nach vorn" ist der Rechenschieber eine **Wertetabelle für $e^n$** mit $0,01 \leq n < 10$.
Eine solche Exponentialtabelle ermöglicht sofortiges Zeichnen von **Exponentialkurven** und den Übergang zu **Hyperbelfunktionen.**

Ist $n > 10$, so zerlegt man die Potenz:

**49.** Beispiel: $e^{15} = (e^{7,5})^2 = 1800^2 = 3,24 \cdot 10^6$

oder man rechnet: $\lg e^n = n \lg e = n \cdot 0,4343.$[3]

Ist $0 \leqq n \leqq 0,01$, so verwendet man eine Näherungsformel entsprechend der Reihenentwicklung für e:

$e^n \approx 1 + n$; das Ergebnis ist zu klein um etwa $50n^2$ %.

**50.** Beispiel: $e^{0,01} \approx 1,01$; genauer $= 1,01005$

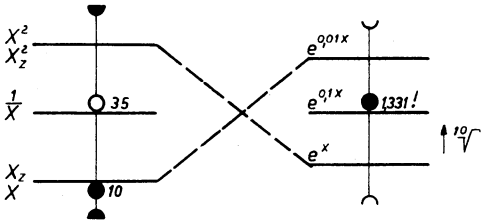
Ist $n < 0$, also negativ, so nimmt man den Kehrwert zu Hilfe.

**51.** Beispiel: $e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{e^{0,5}} = \frac{1}{1,65} = 0,606.$

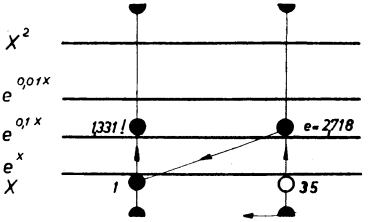
**Wurzeln aus der Zahl e** entsprechen Potenzen mit Hochzahlen n zwischen 0 und 1 (= reziproker Wurzelexponent); sie werden ermittelt, wie oben bereits erläutert wurde.

**52.** Beispiel: $\sqrt[3,5]{e} = e^{\frac{1}{3,5}} = e^{0,286} = 1,331.$

Hierbei kann man auch über die Reziprokleiter gehen (Zunge dabei in normaler Lage):




oder bei umgekehrter Zunge (hier nicht Tabellenstellung für $y = \sqrt[x]{e}$).




[3] Die Bestimmung von Logarithmus und Numerus ist auf Seite 35 gezeigt.

[4] Anmerkung für Elektrotechniker: In der Fernmeldetechnik wird die Dämpfung D (bzw. Verstärkung) von Übertragungseinrichtungen in „Neper" angegeben; d. h. das (Amplituden-) Verhältnis zweier dimensionsgleicher elektrischer Größen ist $e^D$.

**53.** Beispiel: Ein Verstärker mit 7 Neper gibt — sofort auf $e^x$ ablesbar — ein Amplitudenverhältnis von $e^7 = 1097$.

## Verwendung der Exponentialleiter zur Zinseszinsrechnung.

Ein Kapital $K_0$ hat nach n Jahren bei p % Verzinsung den Wert

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \text{ (Zinseszinsformel).}$$

Der jeweilige Aufzinsungsfaktor $z = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ läßt sich bequem mit den Exponentialskalen berechnen, am einfachsten für n = 10 Jahre durch Übergang von $e^{0,01x}$ auf $e^{0,1x}$.

**54.** Beispiel: Welchen Wert haben 500 RM zu 3 % mit Zinseszinsen nach 10 Jahren?

$z = 1{,}03^{10} = 1{,}344$; $K^{10} = 500 \cdot 1{,}344 = 672$ RM.

**55.** Beispiel: Wie hoch wurde ein Kapital verzinst, das in 10 Jahren von 3720 RM auf 5780 RM gewachsen war?

$z = \frac{5780}{3720} = 1{,}554$; $\sqrt[10]{1{,}554} = 1{,}045$; $p = 4{,}5$ %.

Für eine beliebige Anzahl n von Jahren hat man die Aufgabe

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \text{ zu lösen.}$$

Das wird in Beispiel 59 (Potenztabelle) gezeigt, sei aber hier schon vorweggenommen.

**56.** Beispiel: Man verschaffe sich die Aufzinsungsfaktoren für p = 3 % und Zinsdauern n = 5 bis 15 Jahre.

Rechnung: $1{,}03^n = z$.

Ausführung: Man stelle 1,03 der Skala $e^{0,01x}$ über die 10 der Körpergrundleiter x; dann liest man zu Werten n auf x die Aufzinsungsfaktoren z auf $e^{0,1x}$ ab.

| n | 5 | 6 | 7 | ... | 10 | 11 | ... | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| z | 1,159 | 1,94 | 1,23 | ... | 1,344 | 1,384 | ... | 1,558 |

Hier Zunge nach links durchschieben.

**57.** Beispiel: Wie hoch wurde ein Kapital verzinst, das in 15 Jahren von 750 RM auf 1735 RM gewachsen war?

$z = \frac{1735}{750} = 2{,}315$; $\sqrt[15]{2{,}315} = 1{,}0575$; $p = 5\frac{3}{4}$ %

(vgl. Beispiel 70).

**58.** Beispiel: Nach wieviel Jahren hat sich ein Kapital, das mit $3\frac{1}{2}$ % verzinst wird, verdoppelt?

$z = 2$; $n = {}_{1,035}\log 2 = 20{,}15$ Jahre (d. h. $1{,}035^{20,15} = 2$)

(vgl. Beispiel 80).

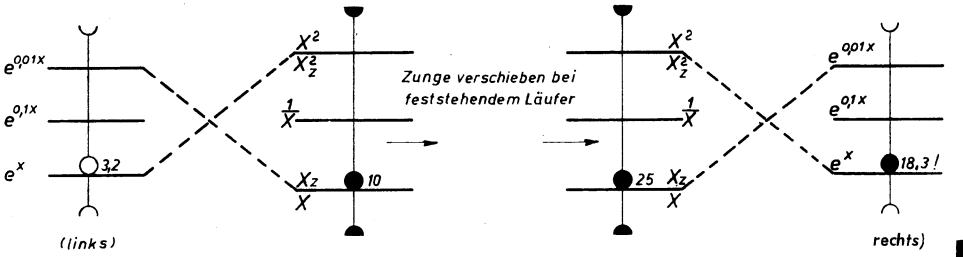
## g) Beliebige Potenzen der allgemeinen Form $a^n$.

Die Hochzahlen n werden immer auf der Grundleiter x oder $x_z$ eingestellt. Die Potenzen sind auf den Exponentialskalen $e^{0,01x}$, $e^{0,1x}$, $e^x$ abzulesen. Die Benutzung der Skalen richtet sich nach der Größenordnung von a und n.

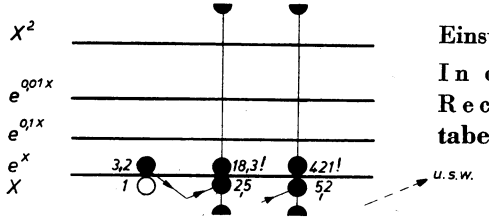
1. Zuerst werden die einzelnen **Bereiche der Grundzahl a** durchgenommen. Dabei soll die Hochzahl n beschränkt sein auf Werte zwischen 1 und 10.

   $e \leqq a < 10^5$; man rechnet mit der Skala $e^x$.

**59.** Beispiel: $3{,}2^{2,5} = 18{,}3$. Lösung bei normaler Zungenlage:




Lösung bei umgekehrter Zunge:
Die Potenz steht direkt über der Hochzahl.

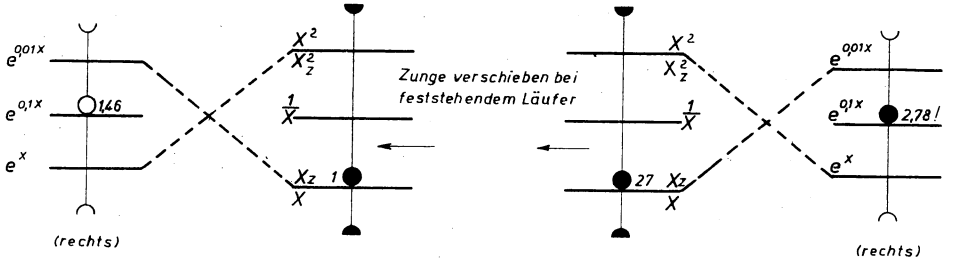



Einstellung der Zunge: $3{,}2^1 = 3{,}2$.
In dieser Stellung ist der Rechenschieber eine **Potenztabelle für $y = 3{,}2^x$.**

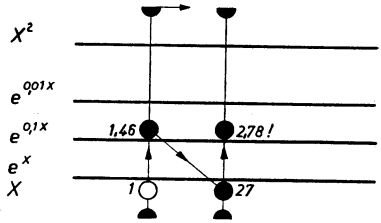
Hier sei auch gleich darauf hingewiesen, daß es für $y = x^a$ (d. h. feste Hochzahl, veränderliche Grundzahl) keine Tabellenstellung gibt!

$1{,}1 \leqq a \leqq e$; man rechnet mit der Skala $e^{0,1x}$.

**60.** Beispiel: $1{,}46^{2,7} = 2{,}78$. Lösung bei normaler Zungenlage:



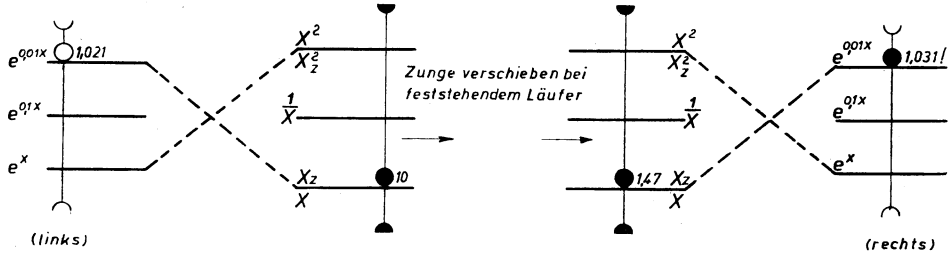
Lösung bei umgekehrter Zunge;
Tabellenstellung für $1{,}46^x$.




**1,01 ≦ a ≦ 1,1;** man rechnet mit Skala $e^{0{,}01x}$.

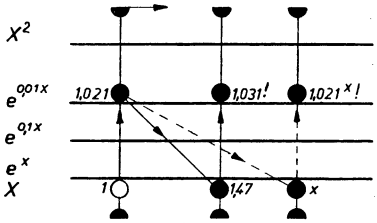
**61.** Beispiel: $1{,}021^{1{,}47} = 1{,}031$.

Lösung bei normaler Zungenlage:

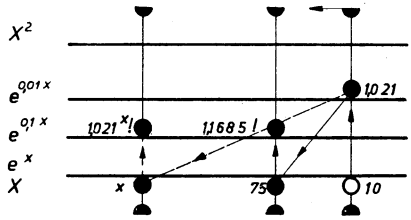



Lösung bei umgekehrter Zunge; Tabellenstellung für $y = 1{,}021^x$.

$1 \leqq x < 5{,}5$




$5{,}5 \leqq x \leqq 10$




Es ist im Grunde gleich, ob man auf den linken Endstrich 1 oder den rechten Endstrich 10 der Grundteilung x einstellt. Zu beachten ist nur, daß man beim Bezug auf den rechten Endstrich 10 die Potenz auf der nächst tieferen e-Skala zu suchen hat.

Im Beispiel wird die Grundzahl 1,021 zuerst auf den linken Endstrich 1 der Grundleiter bezogen.

Die Potenzen $1{,}021^x$ sind dann auf der $e^{0{,}01x}$-Skala abzulesen, solange $x < 5{,}5$ bleibt. Für $x > 5{,}5$ muß die Zunge durchgeschoben werden, bis 1,021 auf $e^{0{,}01x}$ über 10 auf x steht. Die Potenzen $1{,}021^x$ werden nun auf der $e^{0{,}1x}$-Leiter fortgesetzt.

$1 \leqq a \leqq 1{,}01$; hier rechnet man genügend genau mit der folgenden Näherungsformel, die sich aus der binomischen Reihe unter Benutzung der beiden ersten Glieder ergibt:

$$a^n = (1 \pm x)^n \approx 1 \pm n \cdot x.$$

Der Fehler ist höchstens $50\,(n^2 - n)\,x^2$ vom Hundert und zwar negativ.

**62.** Beispiele:

$$1{,}01^2 = (1 + 0{,}01)^2 \approx 1{,}02 \quad \cdot \text{ Fehler} \approx \tfrac{1}{100}\,\%$$
$$1{,}01^{10} = (1 + 0{,}01)^{10} \approx 1{,}1 \quad \cdot \text{ Fehler} \approx 0{,}45\,\%$$
$$1{,}1^2 = (1 + 0{,}1)^2 \approx 1{,}2 \quad \cdot \text{ Fehler} \approx 1\,\%$$

$a > 10^5$. Jetzt zerlegt man die Grundzahl in 2 oder mehr Faktoren.

**63.** Beispiel:

$$\begin{aligned} 243\,000^{1,6} &= 243^{1,6} \cdot 10^{3 \cdot 1,6} \\ &\approx 6550 \cdot 64\,000 \\ &= 6{,}55 \cdot 10^3 \cdot 6{,}4 \cdot 10^4 \\ &= 42 \cdot 10^7 \end{aligned}$$

Oder man rechnet $\lg a^n = n \lg a$ usw.[5]

**64.** Beispiel: Die Hystereseverluste im Eisen elektrischer Maschinen können nach der Steinmetzschen Formel berechnet werden, wobei man die jeweilige magnetische Induktion in die 1,6te Potenz erheben muß.

Bei einer Induktion von 10 000 Gauß muß man ausrechnen:

$$10\,000^{1,6} = (100^{1,6})^2 \approx 1580^2 \approx 2{,}5 \cdot 10^6.$$

$0 < a < 1$; man berechnet zuerst den Kehrwert:

$$a^n = \frac{1}{\left(\frac{1}{a}\right)^n}$$

**65.** Beispiel: $0{,}25^{3,6} = \dfrac{1}{4^{3,6}} = \dfrac{1}{148} = 0{,}00676.$

## 2. Berechnung der Potenz bei verschiedenen Bereichen der Hochzahl n.

$1 \leqq n \leqq 10$. Für diesen Bereich der Hochzahl gelten alle Beispiele unter 1.

[5] Die Bestimmung von Logarithmus und Numerus ist auf Seite 35 gezeigt.

Ist $n < o$, also negativ, so nimmt man den Kehrwert zu Hilfe.

**68.** Beispiel:

$$4^{-0,3} = \frac{1}{4^{0,3}} = \frac{1}{1,515} = 0,66$$

3. Hat man **Wurzelausdrücke mit beliebiger Hochzahl,** wie $\sqrt[n]{a}$ zu bestimmen, so **formt** man **um:**

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

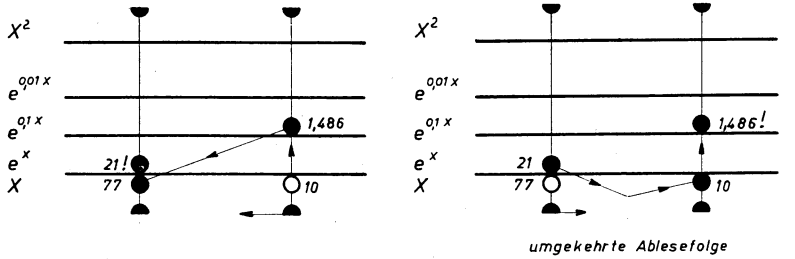
und rechnet dann weiter wie schon vorher (unter 1 und 2) gezeigt wurde.

**69.** Beispiel:

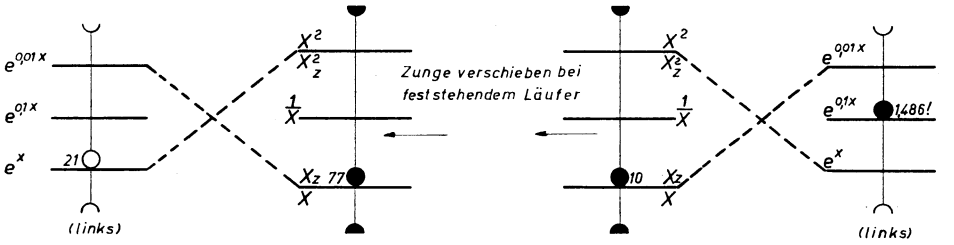
$$\sqrt[7,7]{21} = 21^{\frac{1}{7,7}} = 21^{0,13} = 1,486$$

Man kann aber auch den Wurzelwert **direkt** mit den Exponentialleitern berechnen; denn ebenso, wie man $a^n = b$ bestimmt, muß die gleiche Schiebereinstellung $\sqrt[n]{b} = a$ liefern (umgekehrte Ablesefolge!).

**70.** Beispiel: $1,486^{7,7} = 21$ $\sqrt[7,7]{21} = 1,486$




oder bei normaler Lage der Zunge:

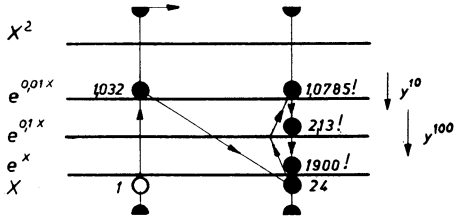


**$n > 10$.** Man spaltet dann von der Hochzahl den Faktor 10 (oder 100) ab:

$$a^n = \left(a^{\frac{n}{10}}\right)^{10}$$

$a^{\frac{n}{10}}$ berechnet man dann so, wie vorher gezeigt wurde. Das Ergebnis wäre dann, je nach dem Bereich von a, auf $e^{0{,}01\,x}$ bis $e^x$ zu finden. Im vorliegenden Fall muß man aber noch einmal mit 10 potenzieren, d. h. man liest das Ergebnis auf dem nächst tieferen Exponentialstreifen ab. Also z. B. liest man statt auf $e^{0{,}01\,x}$ auf $e^{0{,}1\,x}$ ab usw.

**66.** Beispiele:




$1{,}032^{0{,}24} \approx 1 + 0{,}032 \cdot 0{,}24$
$= 1{,}0077$ (n. d. Näherungsformel)

$y = 1{,}032^{2{,}4} = 1{,}0785$
$1{,}032^{24} = 2{,}13$
$1.032^{240} = 1900$

**$0{,}01 < n < 1$.** Man verfährt sinngemäß wie bei $n > 10$.

$$a^n = \left(a^{10n}\right)^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{a^{10n}}$$

Bei dem Ablesen des Ergebnisses geht man hier entsprechend auf einen höheren Exponentialstreifen über.

**$0 < n \leqq 0{,}01$.** Hierfür verwende man die Näherungsformel:

$$a^n \approx 1 + n \ln a$$

Für $n \leqq 0{,}01$ und $a \leqq 10^6$ bleibt der Fehler unter 1 %.

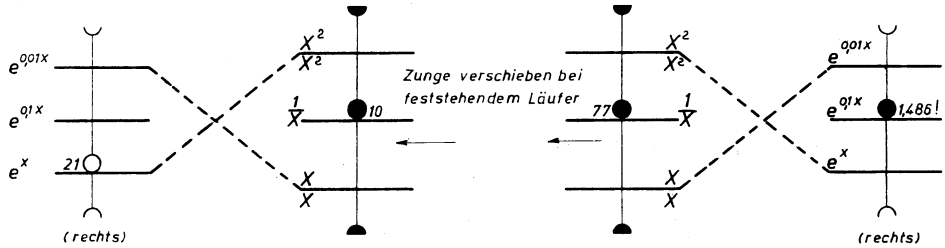
Bei $a > 3$ und $n > {}_a\lg 10^5$ muß man immer logarithmisch rechnen (lies: „Logarithmus von $10^5$ zur Grundzahl a") oder die Potenz aufspalten.

**67.** Beispiele:

Die Schiebereinstellung möge man dabei selbst finden.

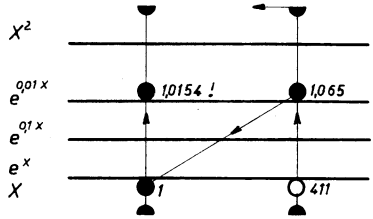
| | | |
|---|---|---|
| $3{,}14^{19}$ | $= 2\,820\,000\,000$ | ($\lg 3{,}14^{19} = 19 \lg 3{,}14 = 9{,}45$) |
| $3{,}14^{1{,}9}$ | $= 8{,}8$ | auf Exponentialleiter $e^x$ |
| $3{,}14^{0{,}19}$ | $= 1{,}243$ | auf Exponentialleiter $e^{0{,}1\,x}$ |
| $3{,}14^{0{,}019}$ | $= 1{,}022$ | auf Exponentialleiter $e^{0{,}01\,x}$ |
| $3{,}14^{0{,}0019}$ | $= 1{,}0022$ | ($= 1 + 0{,}0019 \ln 3{,}14$) |

oder unter Anwendung der Reziprokleiter:

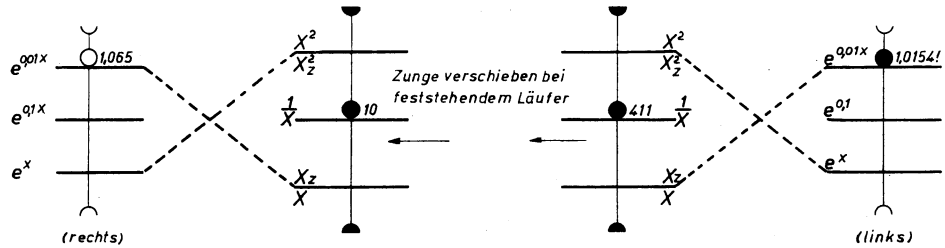



**71.** Noch ein Beispiel:

$$\sqrt[4,11]{1,065} = 1,0154$$




oder:




(Die Stellung mit umgekehrter Zungenlage ist keine Tabellenstellung für $y = \sqrt[x]{a}$ oder $\sqrt[a]{x}$).

## Anwendung der Potenzrechnung.

**72.** Beispiel: Berechnung der Adiabate $p \cdot v^{1,4} = p_1 \cdot v_1^{1,4}$ mit den Anfangswerten $p_1 = 5$ at und $v_1 = 0,2$ m³.

a) $v = v_1 \left(\frac{p_1}{p}\right)^{0,714}$.

| p at | angenommene Werte | $\frac{p_1}{p}$ | entspr. Beispiel 14 Tabelle | $\left(\frac{p_1}{p}\right)^{0,714}$ | Potenzrechnung Läufer steht auf 714, Zunge wird verstellt | v m³ | entspr. Beispiel 6 Tabelle |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | | 1 | | 1 | | 0,2 | |
| 4 | | 1,25 | | 1,173 | | 0,2346 | |
| 3 | | 1,67 | | 1,441 | | 0,2882 | |
| 2 | | 2,5 | | 1,922 | | 0,3844 | |
| 1 | | 5 | | 3,15 | | 0,630 | |

b) $p = p_1 \left(\frac{v_1}{v}\right)^{1,4}$

| v m³ | angenommene Werte | $\frac{v}{v_1}$ | entspr. Beispiel 10 Tabelle | $\left(\frac{v}{v_1}\right)^{1,4}$ | Potenzrechnung Läufer steht auf 14, Zunge wird verstellt | $p = \frac{p_1}{\left(\frac{v}{v_1}\right)^{1,4}}$ | entspr. Beispiel 14 Tabelle |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,2 | | 1 | | 1 | | 5 | |
| 0,3 | | 1,5 | | 1,764 | | 2,835 | |
| 0,4 | | 2 | | 2,64 | | 1,9 | |
| 0,5 | | 2,5 | | 3,6 | | 1,39 | |
| 0,6 | | 3 | | 4,65 | | 1,077 | |

Man muß mit dem Kehrwert $\frac{v}{v_1}$ statt $\frac{v_1}{v}$ rechnen, um eine Potenzgrundzahl zu haben, die größer als 1 ist (vgl. Beispiel 65).

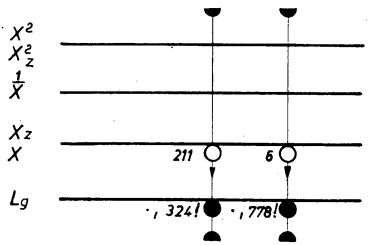
# III. Bestimmung von Logarithmen

## a) Logarithmen mit der Basis 10

= Briggssche Logarithmen, auch dekadische, Zehner- oder gewöhnliche Logarithmen genannt. Schreibweise: **lg a** ($10^{\lg a} = a$).

1. Auf der gleichmäßig geteilten Logarithmusleiter lg x sind die Zehnerlogarithmen zu Zahlen der Grundteilung x abzulesen, und zwar auf drei Stellen genau. Man liest dabei nur die Mantisse (= Zahlenfolge nach dem Komma = echter Dezimalbruch) ab; die Kennziffer (= positive oder negative ganze Zahl vor dem Komma) muß man entsprechend der Zehnerpotenz bestimmen.

**73.** Beispiele:




lg 6 = ?
Die lg-Skala liefert ·,778 = Mantisse
$6 = 6 \cdot 10^0$, also Kennziffer = 0,
folglich lg 6 = **0**,778.

lg 342 = ?
$\lg 342 = \lg 3{,}42 \cdot 10^2 = 2{,}534$.

lg 0,0211 = ?
$\lg 0{,}0211 = \lg 2{,}11 \cdot 10^{-2} = 0{,}324 - 2$
$= -1{,}676$

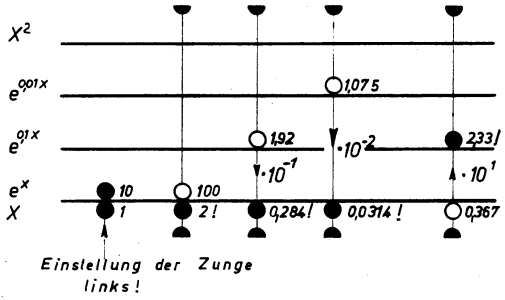
**74.** Beispiel für den umgekehrten Vorgang:
lg ? = 4,771.
Der Mantisse ·,771 entspricht die Ziffernfolge 590 = Numerus.
Der Kennziffer 4 entspricht die Potenz $10^4$,
also 4,771 ist der Logarithmus von 59 000.

Der Rechenschieber ersetzt also eine dreistellige Logarithmentafel mit Interpolation.

2. Man kann die Zehnerlogarithmen auch mit Hilfe der Exponentialteilung $e^{0{,}01x}$ bis $e^x$ ablesen. Da es sich hierbei meist um eine Rechenfolge handelt, wird man zweckmäßig mit umgewendeter Zunge arbeiten. Die Zunge ist dabei immer so einzustellen, daß die Ziffer 10 der Exponentialteilung $e^{0{,}01x}$ entweder über dem linken Endstrich (1) oder über dem rechten Endstrich (10) der x-Grundteilung steht. Die Logarithmen liest man mit Mantisse und bei diesem Verfahren einschließlich Kennziffer auf der Grundleiter zu eingestellten Zahlen der Exponentialleitern ab.

Geht man dabei von

| | $e^{0,01x}$ | $e^{0,1x}$ | $e^{x}$ | aus, so muß man die auf der x-Leiter abgelesene Zahl |
|---|---|---|---|---|
| durch | 1 | 10 | 100 | bei links stehender Zunge oder |
| durch | 10 | 100 | 1000 | bei rechts stehender Zunge dividieren. |



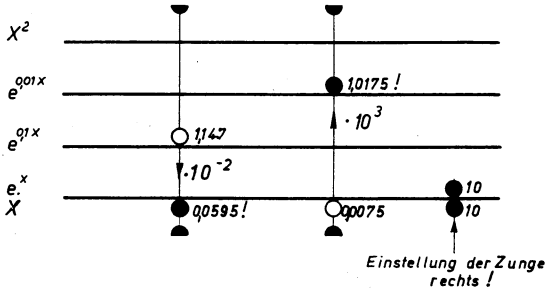

**75.** Beispiele:

$\lg 100 = 2{,}000$

$\lg 1{,}92 = 2{,}84 \cdot 10^{-1} = 0{,}284$

$\lg 1{,}075 = 3{,}14 \cdot 10^{-2}$
$= 0{,}0314$

0,367 ist der Logarithmus von 2,33




**76.** Beispiele:

$\lg 1{,}147 = 5{,}95 \cdot 10^{-2}$
$= 0{,}0595$

0,0075 ist der Logarithmus von 1,0175

Dieses Verfahren ist besonders günstig für Zahlen, die wenig größer als 1 sind.

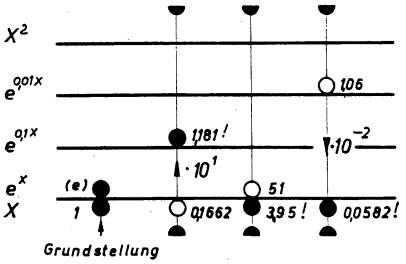
Zur Kontrolle kann die Reihenentwicklung

$$\lg(1+x) = 0{,}4343\left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - + \ldots\right) \text{ dienen.}$$

$$\ln(1+x) \approx x$$

**b) Logarithmen mit der Basis e = 2,718282,** natürliche Logarithmen genannt. Schreibweise: **ln a** ($e^{\ln a} = a$).

Zu eingestellten Zahlen auf den Exponentialleitern $e^{0,01x}$ bis $e^{x}$ findet man den natürlichen Logarithmus auf der Grundleiter x. Man arbeitet i. a. mit umgewandter Zunge. Die Zunge ist dabei immer so einzustellen, daß die Zahl e = 2,718 auf $e^{x}$ über der linken 1 der x-Teilung steht (= Grundstellung). Die auf der x-Leiter abgelesene Zahl wird noch durch 1, 10 oder 100 dividiert, je nachdem, ob man von $e^{0,01x}$, $e^{0,1x}$ oder $e^{x}$ ausgegangen ist.




**77.** Beispiele:

$\ln 51 = 3{,}95$

$\ln 1{,}06 = 5{,}82 \cdot 10^{-2} = 0{,}0582$

0,1662 ist der natürliche Logarithmus von 1,181

Logarithmen von Zahlen zwischen 0 und 1 sind negativ. Man nimmt bei der Berechnung den Kehrwert zu Hilfe. (Vgl. auch Beispiel 51.)

**78.** Beispiele: $\ln 0{,}05 = ?$

Man rechne: $\frac{1}{e^x} = 0{,}05 = \frac{1}{20}$

$e^x = 20$, also $x = 3$ (mit dem Rechenschieber),

folglich $\ln 0{,}05 = -3$.

Logarithmen von negativen Zahlen sind imaginär.

Für Umrechnungen zwischen gewöhnlichen und natürlichen Logarithmen gilt:

$$\ln x = \ln 10 \cdot \lg x = 2{,}3026 \cdot \lg x$$
$$\lg x = \lg e \cdot \ln x = 0{,}4343 \cdot \ln x$$

**79.** Beispiel: $\ln 10^7 = 2{,}303 \cdot 7 = 16{,}121$.

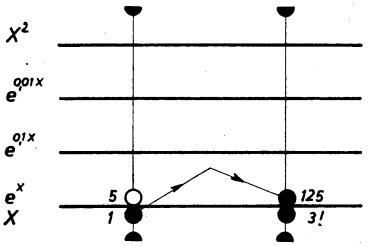
## c) Logarithmen mit beliebiger Grundzahl x.

Schreibweise: ${}_x\log a$ ($x^{{}_x\log a} = a$). Lies: Logarithmus von a für die Grundzahl x.

1. Auch im allgemeinen Fall sind die Logarithmen mit den Exponentialleitern zu bestimmen, und zwar nach folgendem Gedankengang: Wenn

$$y = x^a \text{ ist, so ist } a = {}_x\log y.$$

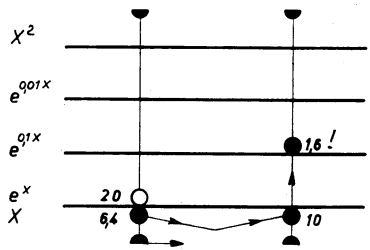
Die Bestimmung von Logarithmen ist also identisch mit einer Potenzaufgabe, bei der der Exponent gesucht ist.




**80.** Beispiel: ${}_5\log 125 = ?$

umgeformt: $5^? = 125$

Lösung: ${}_5\log 125 = 3$.




**81.** Beispiel: ${}_x\log 20 = 6{,}4$.
Wie heißt die Grundzahl x?
umgeformt: $x^{6,4} = 20$.
Lösung direkt: $x = 1{,}6$

oder: $x = 20^{\frac{1}{6,4}} = 20^{0.1565}$

als Potenz bzw. Wurzel berechnet (vgl. Beispiel 69 und 70).

Wie das Komma im Logarithmus zu setzen ist oder auf welcher der drei Teilleitern $e^{0,01x}$ bis $e^x$ abzulesen ist, ermittelt man im allgemeinen Fall am sichersten durch Überschlagsrechnung.

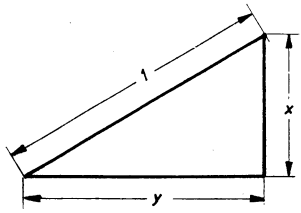
2. Bei einer Rechenfolge kann es bequemer sein, die Logarithmen durch Überführen auf Logarithmen einer anderen geläufigen Basis zu bestimmen.

**82.** Beispiel: Überführen auf dekadische Logarithmen:

$$
\begin{aligned}
{}_5\log x &= \lg x \cdot {}_5\log 10 \\
\text{für } x &= 125 \text{ findet man:} \\
{}_5\log 125 &= 2{,}097 \cdot 1{,}43 = 3 \\
{}_5\log 8 &= 0{,}904 \cdot 1{,}43 = 1{,}3 \\
{}_5\log 0{,}3 &= (0{,}478 - 1) \cdot 1{,}43 = -0{,}522 \cdot 1{,}43 \\
&= -0{,}746 \text{ usw.}
\end{aligned}
$$

# IV. Rechtwinkliges Dreieck

a) Für ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypothenuse 1 ist nach Pythagoras

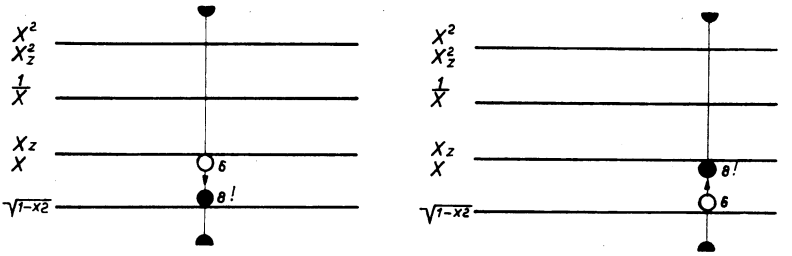



$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

Für diese Beziehung ist die Pythagoreische Leiter $\sqrt{1 - x^2}$ entworfen. Für ein Paar übereinanderstehender Zahlen auf der Grundleiter x und der Pythagoreischen Leiter gilt immer die obige Beziehung.

**83.** Beispiel: $\sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8$.

a oder b

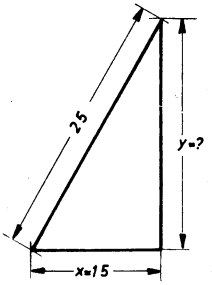



**84.** Noch ein Beispiel: $\sqrt{1-0{,}15^2} = 0{,}9887$.

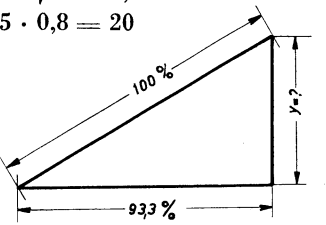
In diesem Falle wäre es ganz abwegig, nach Diagramm b zu verfahren, sondern wegen der größeren Genauigkeit in dem betreffenden Bereich arbeitet man besser nach Diagramm a.

Anwendungen: $y = \sqrt{a^2 - x^2}$

1. Dreiecksberechnung: **85.** Beispiel




$$y = \sqrt{25^2 - 15^2}$$
$$y = \sqrt{25^2} \cdot \sqrt{1 - \left(\tfrac{15}{25}\right)^2}$$
$$y = 25 \cdot \sqrt{1 - 0{,}6^2}$$
$$y = 25 \cdot 0{,}8 = 20$$




**86.** Beispiel:

$y = \sqrt{1 - 0{,}933^2} = 0{,}36$

$y = 36\,\%$ der Hypotenuse.

2. In der Vektorrechnung: Bildung von Komponenten, besonders in der Elektrotechnik.

**87.** Beispiel: Scheinlast $= 100\,\%$ (kVA),
Wirklast $= 85\,\%$ (kW), d. h. $\cos\varphi = 0{,}85$,
Blindlast $= \sqrt{1 - 0{,}85^2} = 0{,}526$, d. h. $52{,}6\,\%$ (BkW)

3. Rechnungen in der Gaußschen Zahlenebene mit komplexen Zahlen, z. B. „symbolische Methode" der Elektrotechnik.

4. Übergang vom Sinus zum Cosinus und umgekehrt (vergleiche hierzu Seite 44).

Bekanntlich ist $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$
und $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

**88.** Beispiel: $\cos \alpha = 0{,}5$

$\sin \alpha = \sqrt{1 - 0{,}5^2} = 0{,}866$

Diese wenigen Beispiele zeigen schon den großen praktischen Wert der Pythagoreischen Skala.

**b)** Bei rechtwinkligen Dreiecken (Anwendungen 1 bis 3) hat man auch oft die Hypothenuse aus den Katheten zu berechnen nach der Formel

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$ [6]

Hier muß man mangels Spezialskala den Wert unter der Wurzel gliedweise berechnen (Unterbrechung der Schieberrechnung beim Pluszeichen), oder man hilft sich mit Umformungen wie folgt:

1. Vereinfachung der Addition durch Zahlensprung.

$$c = b \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}, \text{ wobei } b > a.$$

Die 1 unter der Wurzel wird jetzt während der Schieberrechnung im Kopf rasch hinzugefügt (= **Zahlensprung**).

---

[6] Dieselbe Beziehung kommt beispielsweise auch vor bei:

1. Bestimmung des Durchmessers d einer Sammelrohrleitung, in die Rohre mit dem Durchmesser $d_1$, $d_2$, $d_3$, ... einmünden. Es ist

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \ldots}$$

2. Berechnung des mittleren relativen Fehlers einer Potenzfunktion $f = k \cdot x^\alpha \cdot y^\beta \cdot z^\gamma$ aus den mittleren Relativfehlern m:

$$\frac{m_f}{f} = \sqrt{\left(\alpha \frac{m_x}{x}\right)^2 + \left(\beta \frac{m_y}{y}\right)^2 + \left(\gamma \frac{m_z}{z}\right)^2}$$

3. Berechnung des Effektivwertes eines elektrischen Wechselstromes I, der sich aus Grundwelle $I_1$ und Oberwellen $I_2$, $I_3$, ... zusammensetzt:

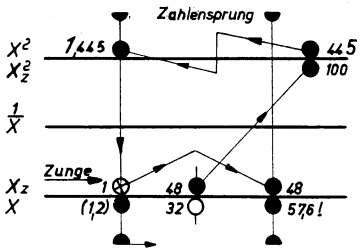
$$I_{eff} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \ldots}$$

4. Berechnung des ideellen Biegemoments nach der Mohrschen Formel:

$$Mi = \sqrt{M_b^2 + M_d^2}$$

(Mb = Biegemoment, Md = Verdrehungsmoment).

Hat man jedoch häufiger solche Rechnungen auszuführen, so empfiehlt sich die Anfertigung eines einfachen Sonderrechenschiebers mit einer festen und einer beweglichen Quadratleiter.




**89.** Beispiel:

$$c = \sqrt{32^2 + 48^2}$$
$$= 48\sqrt{1 + \left(\frac{32}{48}\right)^2}$$
$$= 48\sqrt{1{,}445} = 57{,}6.$$

2. Trigonometrische Methode.[7]

Man setzt $\frac{a}{b} = \operatorname{tg}\varphi$, wobei $b > a$ ($\varphi$ = Hilfswinkel)

und $\frac{a}{c} = \sin\varphi$

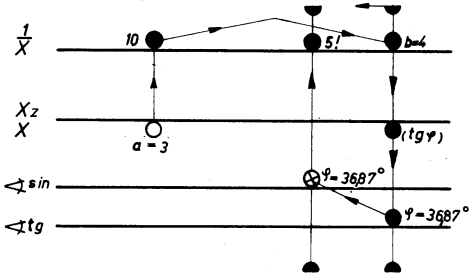
in Übereinstimmung mit der bekannten Beziehung

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\varphi + 1}}$$

Dann verfährt man entsprechend dem

**90.** Beispiel:

$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$




3. Näherungsformeln für $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

1. grobe Näherung: $\sqrt{a^2 + b^2} \approx a$ für $a > b$

für $b \leqq 0{,}1\,a$ ist der Fehler $\leqq 0{,}5\,\%$
für $b \leqq 0{,}3\,a$ ist der Fehler $\leqq 4{,}5\,\%$
für $b \leqq a$ ist der Fehler $\leqq 30\,\%$

2. gute Näherung:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \approx a\left\{1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right\}$$

für $0 < \frac{b}{a} \leqq 0{,}1$ ist der Fehler $< 0{,}01\,\%$

für $\frac{b}{a} \leqq 0{,}5$ ist der Fehler $< 0{,}65\,\%$

für $\frac{b}{a} = 1$ ist der Fehler $\approx 6\,\%$.

[7] Begründung und andere Anwendungen bei Hans Edelmann: Aus der Praxis des Rechenschiebers, ETZ 61 (1940), Seite 1015 bis 1016.

# V. Winkel- und Arcusfunktionen

## a) Rechenschieber als trigonometrische Tafel.

1. Die **„Sinus-Tafel"** wird gebildet aus der Winkelleiter (∢ sin, ∢ cos), der Grundleiter (x) und der Pythagoreischen Leiter ($\sqrt{1-x^2}$). Bringt man übereinanderstehende Zahlen gleicher Farbe miteinander in Verbindung, so handelt es sich um die Sinusfunktion, bei ungleichen Farben um die Kosinusfunktion.

2. Die **„Tangens-Tafel"** wird gebildet aus der Winkelleiter (∢ tg, ∢ ctg), der Grundleiter (x) und der Reziprokleiter ($\frac{1}{x}$). Entsprechend rechnet man hier bei gleichen Farben mit dem Tangens, bei ungleichen Farben mit dem Kotangens.

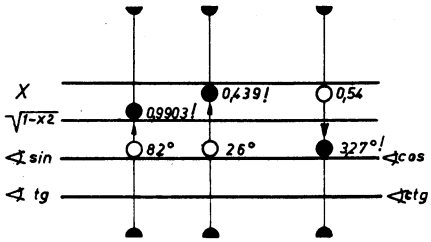
3. Winkel über 90° und unter 0° (= negative Winkel) werden auf den ersten Quadranten reduziert. Dabei gilt:

   trigonometr. Funktion von $(n \cdot 90^\circ \pm \alpha)$ = trigonometr. Funktion von $\alpha$, wenn $n = 0, 2, 4, 6 \ldots$

   trigonometr. Funktion von $(n \cdot 90^\circ \pm \alpha)$ = Kofunktion von $\alpha$, wenn $n = 1, 3, 5 \ldots$

   Das Vorzeichen wird durch den Quadranten der Winkel bestimmt.

Beispiele zu 1 bis 3:




**91.**

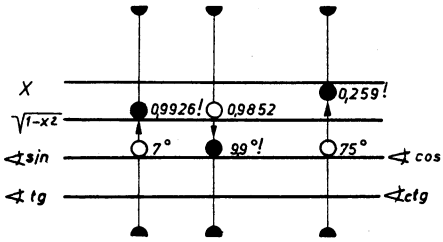
sin 26° = 0,439

sin (−82°) = −sin 82° = −0,9903

arc sin 0,54 = 32,7°; = 147,3°;

= −212,7° usw.

Immer gleiche Farben ablesen!




**92.**

cos 75° = 0,259

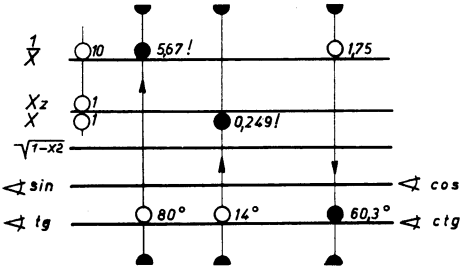
cos 187° = −cos 7° (= −sin 83°)

= −0,9926

arc cos (−0,9852) = ± 170,1°;

= ± 189,9° usw.

Immer ungleiche Farben ablesen!




**93.**

tg 14° = 0,249

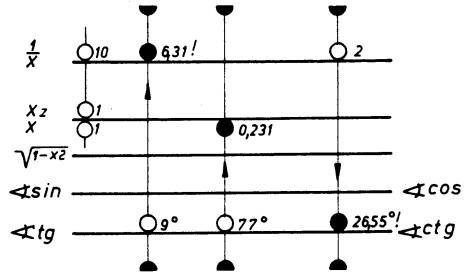
tg 100° = −tg 80° (= −ctg 10°)

= −5,67

arc tg 1,75 = 60,3°; = 240,3°;

= −119,7° usw.

Immer gleiche Farben ablesen!




**94.**

ctg 77° = 0,231

ctg (−549)° = −ctg 9° = −tg 81°

= −6,31

arc ctg 2 = 26,55°; = 206,55°;

= −153,45° usw.

Immer ungleiche Farben ablesen!

**b) Grenzwinkel.** Die Winkel **zwischen 0° und 5°** (bzw. zwischen 85° und 90°) finden sich nicht mehr auf den Winkelleitern. Zur Berechnung der trigonometrischen Funktionen der kleinen Winkel benutzt man deshalb Näherungsformeln entsprechend den Reihenentwicklungen, wie die folgende Zusammenstellung angibt.

Beziehungen für Grenzwinkel 0° bis 5° und 85° bis 90°.

| Funktion | Näherungsformel | gilt auf 1% genau bis | unterhalb 5° ist der Fehler |
|---|---|---|---|
| Sinus | $\sin \alpha^0 \approx 0{,}01745 \cdot \alpha^0$<br>oder $\sin \alpha^0 \approx (\sin 5^0)\,\frac{\alpha^0}{5}$<br>für $\alpha < 5^0$ | 14° | < 1,5 ‰ |
| Tangens | $\operatorname{tg} \alpha^0 \approx 0{,}01745 \cdot \alpha^0$<br>$\operatorname{tg} \alpha^0 \approx (\operatorname{tg} 5^0)\,\frac{\alpha^0}{5}$ für $\alpha < 5^0$ | 10° | < 2,8 ‰ |
| Kosinus | $\cos \alpha^0 \approx 1$<br>$\cos \alpha^0 \approx 1 - 1{,}52\,(\alpha^0)^2 \cdot 10^{-4}$ | 8°<br>40° | < 4 ‰<br>$< \frac{1}{100}$ ‰ |
| Kotangens | $\operatorname{ctg} \alpha^0 \approx \frac{57{,}3}{\alpha^0}$ | 9° | < 2,7 ‰ |

Den Zusammenhang zwischen Gradmaß und Bogenmaß, Altgrad und Neugrad zeigt die nachstehende Tabelle:[8]

| | Altgrad | Neugrad | Rechte | Radiant |
|---|---|---|---|---|
| $1^0$ = 1 Altgrad | 1 | 1,111... | 0,0111... | $0{,}01745 = \frac{\pi}{180}$ |
| $1^g$ = 1 Neugrad | 0,9 | 1 | 0,01 | 0,01571 |
| $1^L$ = 1 Rechter | 90 | 100 | 1 | 1,5708 |
| 1 rad = 1 Radiant | 57,296 | 63,662 | 0,6366 | 1 |
| (Bogenmaß) | $57^0\,17'\,45''$ | | | |

**95.** Beispiel: $42^0\,16'\,45'' = 42{,}2792^0 = 46{,}9769^g = 46^g\,97^c\,69^{cc}$
$= 0{,}469769^L = 0{,}737911$ rad.

Der Rechenschieber „Darmstadt D" liefert die Winkel in Altgrad mit dezimaler Unterteilung, die bequemes Interpolieren ermöglicht.

Falls der Übergang von der Dezimalteilung zur Sexagesimalteilung des Winkels nötig sein sollte, sei angegeben:

$0{,}1^0$ = 6 Minuten — 1 Minute $= 0{,}01667^0 = \frac{1}{60}{}^0$

$0{,}01^0$ = 36 Sekunden

$0{,}001^0$ = 3,6 Sekunden — 1 Sekunde $= 0{,}000278^0 = \frac{1}{3600}{}^0$

c) Beim **Übergang von einer trigonometrischen Funktion zu einer anderen des gleichen Winkels** macht man von folgenden Beziehungen Gebrauch:

$$\begin{matrix}\sin\\ \mathrm{tg}\end{matrix}\,(45 \pm \alpha) = \begin{matrix}\cos\\ \mathrm{ctg}\end{matrix}\,(45 \mp \alpha).$$

Der Sinus und der Kosinus eines Winkels stehen auf der Grundleiter x und der Pythagoreischen Leiter $\sqrt{1-x^2}$ übereinander, entsprechend der Gleichung

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}.$$

Der Tangens und der Kotangens eines Winkels stehen auf der Grundleiter x und der Reziprokleiter $\frac{1}{x}$ übereinander, entsprechend der Gleichung

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}.$$

Man kann also, ohne den Winkel selbst aufzusuchen, seine Kofunktion ablesen.

Will man vom Sinus oder Kosinus zum Tangens oder Kotangens übergehen, so muß man dazwischen den Winkel ablesen oder rechnen nach den Gleichungen

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}} \qquad \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$$

[8] Vgl. Normblatt DIN 1315 und Fußnote 2, Seite 7 dieses Heftes. Bezüglich Altgrad und Neugrad sei verwiesen auf: Runderlaß des Reichs- und Preußischen Ministers des Innern vom 18. 10. 1937 (daselbst Zitate auf Tafelwerke für die neue Teilung).

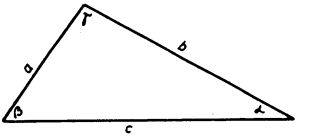
## d) Winkelfunktionen in zusammenhängenden Rechnungen.

Um an einen trigonometrischen Funktionswert Multiplikationen und Divisionen anschließen zu können, ist es notwendig, daß er auf der Grundleiter x erscheint; gegebenenfalls ist der Wert von der Reziprok- und Pythagoreischen Leiter auf die Grundleiter zu übertragen.

Bei zusammenhängenden Rechnungen handelt es sich hauptsächlich um Aufgaben aus der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Soweit bei deren Anwendungen (Technik, messende Erdkunde, Nautik, Himmelskunde und Zeitrechnung) die Rechenschiebergenauigkeit genügt, wird man den Schieber auch hier mit Vorteil anwenden. Es folgen zwei einfache Beispiele.

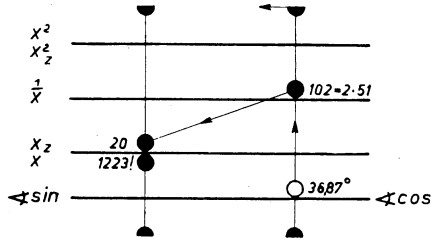
**96.** Beispiel. Gegeben: 2 Seiten a und b eines ebenen Dreiecks und der eingeschlossene Winkel $\gamma$. Gesucht: die fehlenden Stücke.

$a = 20$ Längeneinheiten
$b = 51$ "
$\gamma = 126^\circ\, 52'\, 12'' = 126{,}87^\circ$




Nach dem ebenen Kosinussatz ist

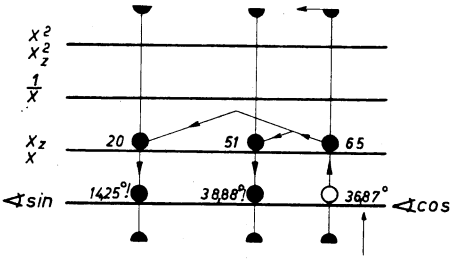
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\gamma$$




Die Summanden werden hier einzeln mit dem Rechenschieber berechnet.[9]

$$\cos 126{,}87^\circ = -\sin 36{,}87^\circ$$

$$\begin{aligned} a^2 &= 400 \\ b^2 &= 2601 \\ \hline a^2 + b^2 &= 3001 \\ -2\,ab\cos\gamma &= 1223 \\ \hline c^2 &= 4224 \\ c &= 65 \text{ Längeneinheiten} \end{aligned}$$



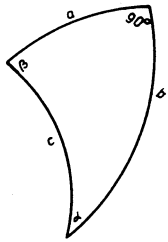

Nach dem ebenen Sinussatz ist

$$\alpha = \arcsin a\,\frac{\sin\gamma}{c} = 38{,}88^\circ$$

$$\beta = \arcsin b\,\frac{\sin\gamma}{c} = 14{,}25^\circ$$

[9] Hat man häufiger solche Rechnungen durchzuführen, so verwendet man besser Umformungen, die eine durchlaufende logarithmische Rechnung ermöglichen. Hier sei nur verwiesen auf den theoretisch und praktisch gleich wertvollen Band: G. Hessenberg: Ebene und sphärische Trigonometrie, Sammlung Göschen Nr. 99 (mit vielen durchgerechneten Beisp elen).

**97.** Beispiel: Gegeben zwei Seiten a und b eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks. Gesucht sind die fehlenden Stücke.



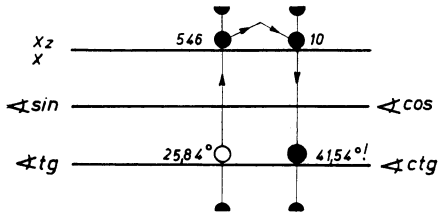

$$a = 25{,}84^\circ \qquad b = 33{,}127^\circ$$

Nach der Neperschen Regel für rechtwinklige sphärische Dreiecke ist

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} a}{\sin b} = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} a}{0{,}546} = 41{,}54^\circ$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} b}{\sin a} = \operatorname{arcctg} \frac{\sin a}{0{,}652} = 56{,}26^\circ$$

$$c = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} b}{\cos \alpha} = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} b}{0{,}749} = 41{,}08^\circ$$

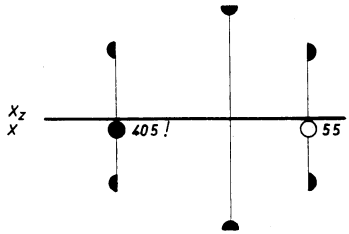



# VI. Verschiedenes

## a) Der Läufer.

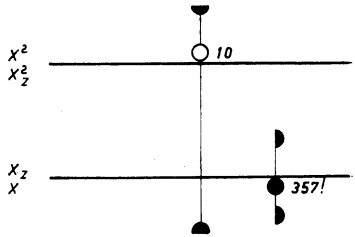
Auf dem Läufer des Rechenschiebers sind durch die drei Ablesestriche zwei feste Faktoren angegeben.

1. Übergang vom rechten zum linken Läuferstrich bedeutet Multiplikation mit 0,736, also **Umrechnung von PS in kW** (und kW in PS bei umgekehrter Ablesefolge).



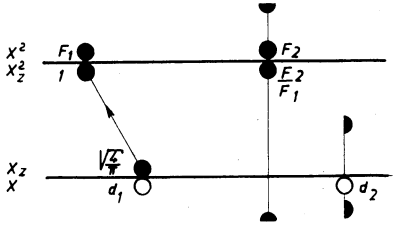

**98.** Beispiel: 1 PS = 0,736 kW
55 PS = ? = 40,5 kW

2. Beim Übergang vom rechten zum mittleren Läuferstrich bekommt man auf der $x^2$-Leiter des Körpers **Kreisflächen** zu Zahlen = Durchmessern der Körper-Grundleiter x (konstanter Faktor $\sqrt{\frac{\pi}{4}}$).




**99.** Beispiel: Welchen Durchmesser hat eine Kreisfläche von 10 cm²?

d = 3,57 cm.[10]




[10] Eine Folge von Kreisflächen und Kreisflächenverhältnissen kann man sich bequem verschaffen, wenn man noch eine Marke $\sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1{,}129$ auf Leiter $x_z$ anbringt.

**100.** Dann ist z. B.:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| für festen Durchmesser $d_1$ = 15 cm mit $F_1$ = 177 cm² und veränderliches | $d_2$ = | 20 | 30 | 40 | 50 cm |
| unmittelbar abzulesen: | $F_2$ = | 314 | 708 | 1260 | 1963 cm² |
| | $\frac{F_2}{F_1}$ = | 1,78 | 4 | 7,11 | 11,1 |

**b) Maßstäbe.**

1. An der schrägen Oberkante des Rechenschiebers befindet sich ein Zeichenmaßstab von 28 cm Länge in Millimeterteilung.
2. Auf der Rückseite des Schiebers befindet sich ein Endmaßstab von 0 bis 30 cm in Millimeterteilung, der auch als Tiefenmaß verwendbar ist.

**c) Geometrische Reihen auf dem Rechenschieber.**

1. Dezimalgeometrische Reihen: Durch Einstellen des Läuferstriches auf einen der Zehntelwerte der gleichmäßig geteilten Leiter lg findet man auf der Grundleiter x die zugehörigen Normzahlen der Reihe R 10; sie sind zu Hauptwerten abzurunden. Durch Einstellen auf die halben Zwischenwerte der Teilung lg findet man auf x die Normzahlen der Reihe R 20 usw. Vgl. DIN 323.
2. Beliebige geometrische Reihen bzw. Stufungen:
   Sollen in einem Intervall von 1 bis a n Größen vorkommen, bei denen das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Größen konstant = x ist, so muß sein: $x = \sqrt[n]{a}$.
   Die Aufgabe ist zu lösen nach Beispiel 70/71 und die Stufenreihe heißt: $1, x, x^2, x^3, \ldots, x^n = a$.

---

## Behandlung des Rechenschiebers.

So nutzbringend der ARISTO-Rechenschieber ist, so anspruchlos ist er in seiner Pflege, bei der folgende Hinweise zu beachten sind: Die Zungenführung wird durch Bestreichen der Gleitflächen mit Vaseline den erwünschten weichen Gang erhalten. Blitzschnelles Hin- und Herschieben der Zunge verdirbt den Rechenschieber und bewirkt das Gegenteil.

Lagern auf Heizkörpern oder sonst übermäßig heißen Plätzen ist zu vermeiden; höchstzulässiger Wärmegrad für ARISTO-Werkstoff ist 50° C.

Die Reinigung erfolgt zweckmäßig mit einem Wolläppchen und Petroleum; Benzol und Säuren zerstören das Teilungsbild.

Anmerkungen auf dem Rechenschieber sind nur mit Bleistift auszuführen, auf keinen Fall mit Tinten- oder Kopierstift.

Gegen Wasser und Luftfeuchtigkeit ist der ARISTO-Werkstoff unempfindlich.

Es ist selbstverständlich, daß das Läuferglas stets sauber gehalten werden muß. Wird dieses vernachlässigt, so beeinträchtigt man die Ableseschnelligkeit und beschädigt im Laufe der Zeit auch das Teilungsbild.

Wird der Läufer reparaturbedürftig, so wende man sich an den Fachhandel, der für Durchführung der Instandsetzung Sorge tragen wird.

## Schrifttum über den Rechenschieber.


1. *Theorie und Praxis des logarithmischen Rechenstabes*, von Albert Rohrberg. Verlag Teubner, Math. Phys. Bibliothek Bd. 23, 5. Aufl. 1937 (daselbst Zitate auf weitere ältere Literatur).
2. *Theorie und Praxis des logarithmischen Rechenschiebers*, von L. Schrutka. Verlag Deuticke, 2. Aufl. 1929.
3. *Symbolische Darstellung der Regeln des logarithmischen Rechnens*, von G. Schendell, Z. Instrumentenkde. 59 (1939), Seite 124 bis 134 (besonders für Elektroschieber).
4. *Sonderrechenstäbe, ihre Anwendung und ihr Entwurf*, von Fr. Bahlecke. RKW-Veröffentlichung RKW/AWF Nr. 68/235, 1931.
5. *Rechentafeln und Sonderrechenstäbe*, von M. Zühlke. Verlag Teubner 1938. RKW-Veröffentlichung Nr. 116.
6. *Das technische Rechnen, Band 1*, von H. R. Rode. Verlag der DAF 1939.
7. *Technisches Rechnen, I. Teil*, von V. Happach, Verlag Springer, 2. Aufl. 1939.

Druck: Paul Hartung, Hamburg 26