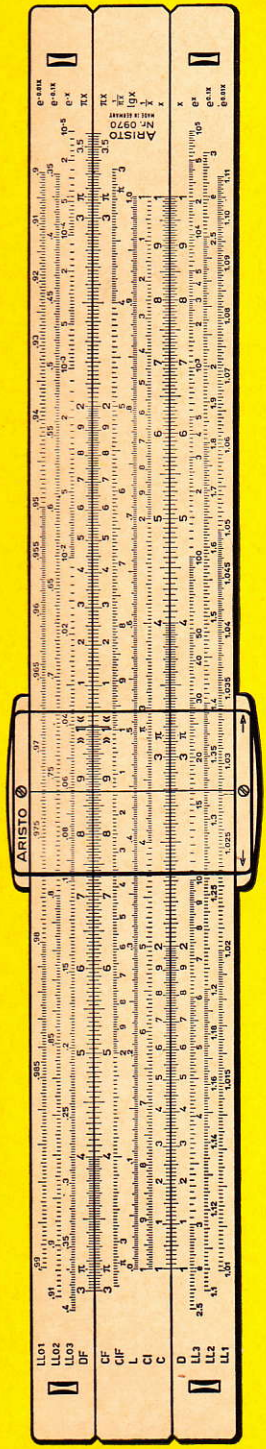
ANLEITUNG ZUM RECHENSTAB

ARISTO

MULTILOG

870 · 0970 · 01070

Normzahlen-Maßstab 1364



Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten
Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet
© 1954 by ARISTO-WERKE • DENNERT & PAPE KG • HAMBURG • O/ELR/L
Printed in Germany by Borek KG. • 5086

INHALT

1. Die Skalenanordnung 4
2. Das Ablesen der Skalen 6
3. Diagrammdarstellung der Beispiele 7
4. Multiplikation 7
5. Division 8
6. Vereinigte Multiplikation und Division 8
7. Proportionen 8
8. Die Kehrwertskalen CI und CIF 9
9. Die versetzten Skalen CF und DF 10
   9.1 Besserer Rechnungsbeginn 10
   9.2 Tabellen ohne Durchschieben der Zunge 10
   9.3 Direkte Ablesung von Multiplikationen und Divisionen mit π 11
10. Die Skalen A, B und K 11
11. Die trigonometrischen Funktionen 12
   11.1 Sinus und Kosinus 12
   11.2 Tangens und Kotangens 12
   11.3 Die Skala ST 13
12. Die trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke 15
13. Die Exponentialskalen 17
   13.1 Potenzen und Wurzeln mit den Exponenten 10 und 100 17
   13.2 Potenzen $y = a^x$ 17
   13.3 Sonderfälle von $y = a^x$ 19
   13.4 Potenzen $y = e^x$ 20
   13.5 Wurzeln $y = \sqrt[x]{a}$ 20
   13.6 Logarithmen 21
14. Proportionsrechnung mit den Exponentialskalen 23
15. Die hyperbolischen Funktionen 24
16. Der Läufer und seine Marken 24
   16.1 Die Marke 36 24
   16.2 Kreisflächen, Gewicht von Flußstahlstangen 25
   16.3 Die Marken kW und PS 25
   16.4 Abnehmen des Läufers 25
   16.5 Justieren des Läufers 26
17. Der Normzahlen-Maßstab 1364 26
   17.1 Aufbau der Normzahlen-Skala 26
   17.2 Zweck der NZ-Skala 26
   17.3 Logarithmische Maßstäbe 27
   17.4 Umrechnungsfaktoren für nichtmetrische Einheiten 27
   17.5 Veröffentlichungen über Normzahlen 27
18. Behandlung des ARISTO-Rechenstabes 27

DER RECHENSTAB ARISTO-MULTILOG

Der ARISTO-MultiLog ist ein universaler Exponential-Rechenstab für Wissenschaftler, Ingenieure und Studenten.

1. Die Skalenanordnung

Vorderseite

LL01	Exponentialskala, Bereich 0,99 bis 0,9	$e^{-0,01x}$	auf dem Körper
LL02	0,91 bis 0,35	$e^{-0,1x}$	
LL03	0,4 bis 0,00001	e^{-x}	
DF	Um π versetzte Grundskala	πx	
CF	Um π versetzte Grundskala	πx	auf der Zunge
CIF	Kehrwertskala zu CF	$1/\pi x$	
L	Mantissenskala	$\lg x$	
CI	Kehrwertskala zu C	$1/x$	
C	Grundskala	x	
D	Grundskala	x	auf dem Körper
LL3	Exponentialskala, Bereich 2,5 bis 100000	e^{x}	
LL2	1,1 bis 3,0	$e^{0,1x}$	
LL1	1,01 bis 1,11	$e^{0,01x}$	

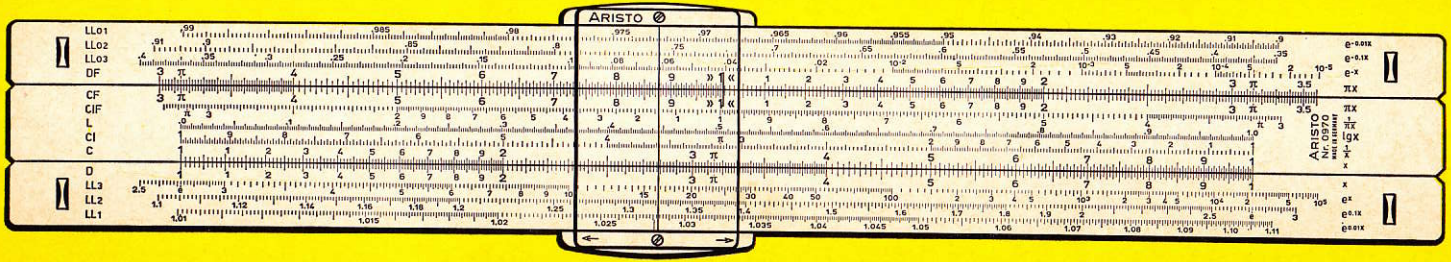


Abb. 1 Vorderseite

Rückseite

LL00	Exponentialskala, Bereich 0,999 bis 0,989	$e^{-0,001x}$	auf dem Körper
K	Kubikskala	x^3	auf dem Körper
A	Quadratskala	x^2	auf dem Körper
B	Quadratskala	x^2	auf der Zunge
T	Tangensskala bzw. Kotangensskala von 5,5° bis 45°, rückläufig von 45° bis 84,5° rot beziffert	∢ tan	auf der Zunge
ST	Skala für Winkel von 0,55° bis 6° bzw. von 84° bis 89,45°	∢ arc	auf der Zunge
S	Sinusskala von 5,5° bis 90°, Kosinusskala rückläufig von 0° bis 84,5° rot beziffert	∢ sin	auf der Zunge
C	Grundskala	x	auf der Zunge
D	Grundskala	x	auf dem Körper
DI	Kehrwertskala zu D	1/x	auf dem Körper
LL0	Exponentialskala, Bereich 1,001 bis 1,011	$e^{0,001x}$	auf dem Körper

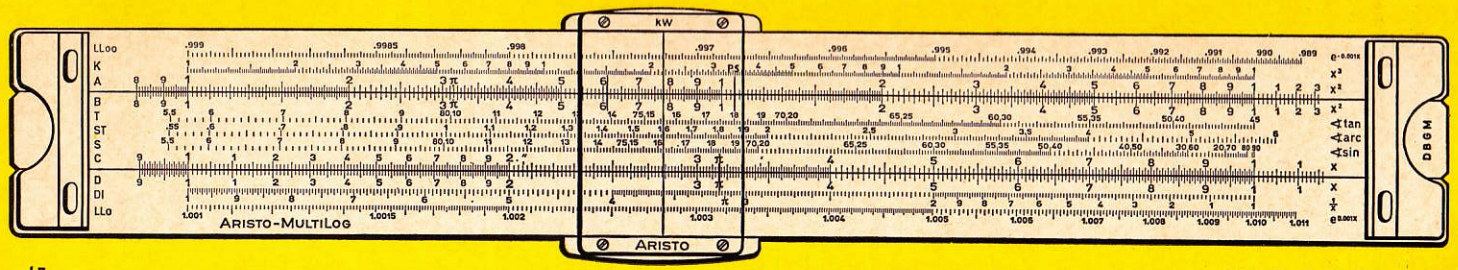


Abb. 2 Rückseite

2. Das Ablesen der Skalen

Für den Gebrauch des Rechenstabes ist es wesentlich, die Skalen schnell und sicher abzulesen. Die Abbildungen 3 bis 6 zeigen Ablesebeispiele auf den am meisten benutzten Grundskalen C und D. Die Hauptintervalle sind durch lange Teilstriche mit den Ziffern 1 bis 10 markiert (Abb. 3). Die 10 ist wieder als 1 bezeichnet, da dieser Teilstrich als Beginn einer neuen Skala, der vorausgehenden identischen, angesehen werden kann.

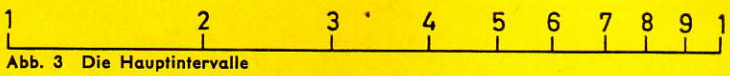


Abb. 3 Die Hauptintervalle

Die Skalen des Rechenstabes sind im Bereich der Ziffern 1 bis 2 fast wie ein Millimeter-Maßstab unterteilt; der Unterschied besteht nur darin, daß die Teilungsintervalle nach rechts hin immer kleiner werden.

Abb. 4 Ablesen im Bereich von 1 bis 2

Die Ziffer 2 eines Millimeter-Maßstabes kann 2 cm, 20 mm, 0,2 dm, 0,02 m usw. gelesen werden. Ähnlich sagt auch die Ziffer 2 der Rechenstabskala nichts über die Kommastellung aus. Deshalb ist es ratsam, nur Ziffernfolgen ohne Komma abzulegen und die Ziffern einzeln zu sprechen, z. B. Eins-Drei-Vier, nicht aber einhundertvierunddreißig. Dann werden keine Ziffern vertauscht oder ausgelassen. Zur Übung verschiebt man den Läuferstrich langsam vom Wert 1 nach rechts und liest an jedem einzelnen Teilstrich die Ziffernfolge ab: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113 usw.

Der Läuferstrich ist im Vergleich zur Breite des Intervalls so dünn, daß man die Mitte zwischen zwei Teilstrichen sicher einstellen kann. Das Auge unterscheidet sogar noch kleine Bruchteile eines Intervalls, so daß man bei einiger Übung den zehnten Teil des Intervalls schätzen kann.

Zur Übung wird der Läuferstrich langsam weiter nach rechts verschoben, zwischen den Teilstrichen 131,0 und 132,0 wird beispielsweise geschätzt: 131,1, 131,2, 131,3, 131,4, 131,5 usw.

Zwischen einem bezifferten Teilstrich und dem ihm folgenden sind die Nullen zu beachten, besonders am Beginn der Skala, z. B. 100,0, 100,1, 100,2, 100,3 usw.

Abb. 5 Ablesen im Bereich von 2 bis 4

Da die Teilungsintervalle links von der Ziffer 2 bereits sehr eng werden, ist in dem daran anschließenden Bereich zwischen den Ziffern 2 und 4 nur noch jeder zweite Teilstrich eingraviert; daraus ergibt sich ein neues Teilungsbild, bei dem von Strich zu Strich die geraden Werte abgezählt werden: 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212, 214 usw. Die Mitten der Intervalle geben die ungeraden Werte an: 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213 usw. Abb. 5 zeigt einige Ablesebeispiele.

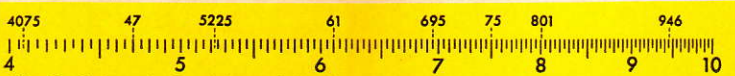


Abb. 6 Ablesen im Bereich von 4 bis 10

Im Bereich von 4 bis 10 führt jeder Teilstrich um 5 Einheiten der dritten Stelle weiter, so daß die Ablesungen an den aufeinanderfolgenden Teilstrichen 400, 405, 410, 415, 420, 425, 430 usw. lauten. Die Zwischenwerte müssen geschätzt werden, in der Mitte zwischen 400 und 405 liegt der Wert 4025, etwas links davon 402, etwas rechts 403. Entsprechend gibt die Mitte des nächsten Intervalls den Wert 4075 an. Abb. 6 zeigt eine Reihe von Einstellungen.

3. Diagrammdarstellung der Beispiele

Gerechnet wird mit dem Rechenstab derart, daß Strecken mechanisch addiert oder subtrahiert werden. Die Eigenart des Rechenstabes liegt darin, daß logarithmisch geteilte Skalen aufgetragen sind. Die Addition zweier Strecken gibt damit eine Multiplikation, und die Subtraktion wird zur Division.

Im folgenden soll eine abgekürzte Darstellungsweise der Beispiele angewendet werden, die den Lösungsweg und die Reihenfolge der Einstellungen besser angibt als eine Abbildung des Rechenstabes. Die Skalen werden durch parallele Linien angedeutet, an deren Enden ihre Benennung steht. Folgende Symbole ermöglichen das Lesen der Diagramme:

Anfangseinstellung

jede weitere Einstellung

Endergebnis

Einstellung oder Ablesung eines Zwischenergebnisses

Wenden des Rechenstabes

Pfeile geben die Reihenfolge und Bewegungsrichtung an.

Ein senkrechter Strich mit schwarzen Halbkreisen an den Enden stellt den Läuferstrich dar.

Zur Veranschaulichung diene ein einfaches Beispiel: $\frac{28}{12} \cdot 33 = 77$ (Abb. 7).

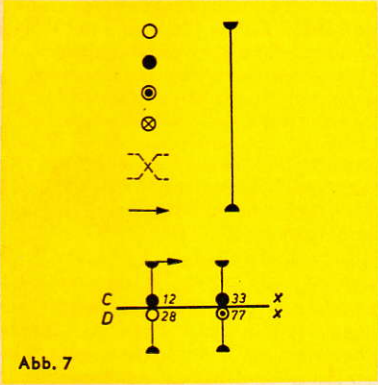


Abb. 7

4. Multiplikation (zwei Strecken werden addiert)

Der Zungenanfang 1 der Skala C wird über den Wert 18 von D gestellt. Durch Verschieben des Läufers zum Wert 13 der Skala C wird die Strecke 13 zur Strecke 18 addiert, und das Ergebnis $18 \cdot 13 = 234$ kann unter dem Läuferstrich auf der Skala D abgelesen werden. Aus einer groben Überschlagsrechnung ($20 \times 10 = 200$) ergibt sich die Kommastellung.

Bei der gleichen Zungeneinstellung steht unter dem in C eingestellten Faktor 0,285 das Ergebnis $18 \cdot 0{,}285 = 5{,}13$ (Überschlag $20 \cdot 0{,}3 = 6$).

Die Aufgabe $18 \cdot 7{,}8$ kann nach der bisherigen Darstellung nur gelöst werden, wenn die Zunge durchgeschoben, d. h. das Skalenende der Skala C über 18 in D gestellt und dann unter dem Wert 7,8 der C-Skala das Ergebnis $18 \cdot 7{,}8 = 140{,}4$ in D abgelesen wird. Beim ARISTO-MultiLog läßt sich diese zusätzliche Zungeneinstellung vermeiden, wenn man mit dem oberen Skalenpaar CF/DF weiterrechnet.

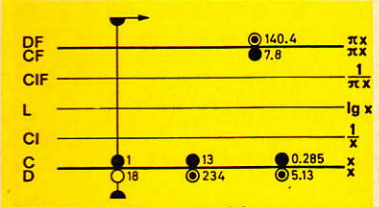


Abb. 8 $18 \cdot 13 = 234{,}0$
$18 \cdot 0{,}285 = 5{,}13$
$18 \cdot 7{,}8 = 140{,}4$

Die Skalen CF und DF ermöglichen diese vereinfachte Rechnung, weil sie eine Wiederholung der Grundskalen C und D sind, aber gegen diese so versetzt, daß ihr Skalenanfang 1 ungefähr in der Mitte des Rechenstabes liegt, um eine Überteilung von der halben Stablänge zu erreichen. Wenn sich im unteren Skalenpaar die Werte 1 auf Skala C und 18 auf Skala D gegenüberstehen, so ist beim oberen Skalenpaar die gleiche Einstellung ablesbar, nämlich 1 auf Skala CF und 18 auf Skala DF. Deshalb stehen sich in beiden Skalensystemen gleiche Zahlenpaare gegenüber, solange die Zunge nicht mehr als zur Hälfte aus dem Körper herausragt.

Da C **über** D, CF aber **unter** DF gleitet, gibt die Gelbfärbung der Zungenskalen eine wertvolle Hilfe zur Vermeidung von Einstellfehlern.

5. Division (Subtraktion zweier Strecken, Umkehrung der Multiplikation)

Der Läuferstrich wird über den Wert 2620 in D gestellt und die Zahl 17,7 der Skala C unter den Läuferstrich geschoben, so daß beide Werte untereinander stehen. Das Ergebnis der Division 2620 : 17,7 = 148 wird unter dem Zungenanfang der Skala C abgelesen, bei anderen Beispielen gegebenenfalls unter dem Zungenende. Über der 1 in CF kann das Ergebnis auf DF natürlich ebenfalls abgelesen werden, denn unter 2620 in DF steht auch 17,7 in CF, wovon man sich leicht überzeugen kann. Der Rechnungsbeginn mit den Skalen DF und CF bringt den Vorteil, daß hier in der Bruchschreibweise der Zähler oben in DF und der Nenner darunter in CF eingestellt wird.

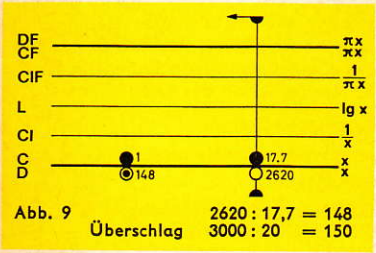


Abb. 9 2620 : 17,7 = 148
Überschlag 3000 : 20 = 150

Die Zungeneinstellung ist im Grunde die gleiche wie bei der Multiplikation 148 · 17,7 = 2620. Der Unterschied zwischen der Multiplikation und Division besteht nur in der Reihenfolge der Einstellungen. Bei der Division wird das Ergebnis jeweils unter dem im Körper befindlichen Skalenanfang oder -ende abgelesen, ein Durchschieben gibt es nicht. Dieser Vorteil der Division wird in den folgenden Kapiteln wiederholt ausgenutzt werden.

6. Vereinigte Multiplikation und Division

Bei Rechnungen mit Ausdrücken der Form $\frac{a \cdot b}{c}$ wird zuerst dividiert und dann multipliziert. Nach der Division 345 : 132 in Abb. 10 braucht das Zwischenergebnis der Division 2,61 unter der 1 von C nicht abgelesen zu werden; denn man sieht sofort, daß dieser Wert bereits für die nächste Multiplikation 2,61 · 22 eingestellt ist. Der Läufer wird zum Wert 22 der Skala C verschoben, darunter steht dann das Ergebnis 57,5 in Skala D (vgl. auch Abb. 7).

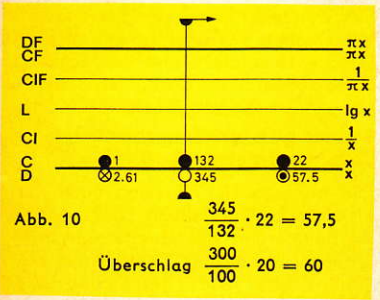


Abb. 10 $\frac{345}{132} \cdot 22 = 57{,}5$

Überschlag $\frac{300}{100} \cdot 20 = 60$

7. Proportionen

Proportionen der Form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \cdots$ sind mit dem Rechenstab besonders bequem zu berechnen, weil mit der Einstellung eines einzigen gegebenen Verhältnisses bereits alle weiteren Relationen allein durch Verschieben des Läufers

abgelesen werden können. Die Trennungslinie zwischen der Körper- und Zungenskala bildet dabei gleichsam den Bruchstrich. Daher sollte diese Rechnungsart allgemein bevorzugt werden.

Beispiel:

9,5 kg einer Ware kosten DM 6,30. Wieviel kosten 8,4 kg, 10,6 kg usw.?

Wir stellen das gegebene Gewicht 9,5 in Skala DF und den Preis 6,30 in CF einander gegenüber. In CF/DF und C/D stehen sich dann alle Gewichte und Preise gegenüber, deren Verhältnis (Quotient) gleich dem eingestellten ist:

$$\frac{\text{kg}}{\text{DM}} = \frac{9{,}5}{6{,}3} = \frac{8{,}4}{5{,}57} = \frac{10{,}6}{7{,}03} = \frac{3{,}8}{2{,}52} = \frac{2{,}8}{1{,}86} = \frac{1}{0{,}663} = \cdots$$

Es bleibt sich völlig gleich, wo und wie sich die kg-Werte und DM-Werte gegenüberstehen; entscheidend ist nur, daß die Gewichte dort aufgesucht werden, wo das erste Gewicht eingestellt wurde, und daß die Preise entsprechend auf der gegenüberliegenden Skala abgelesen werden.

8. Die Kehrwertskalen CI und CIF

Die Skala CI ist genauso unterteilt wie die Grundskalen C und D, nur daß sie in der umgekehrten Richtung von rechts nach links verläuft und zur Vermeidung von Ablesefehlern rot beziffert ist.

Wird der Läufer auf irgend einen Wert x in Skala C gestellt, kann sein Kehrwert 1/x in CI abgelesen werden, wie die Skalenbezeichnung am rechten Rand angibt. Über 5 in C steht 1/5 = 0,2 in CI. Wichtiger ist aber, daß die Kehrwertbildung auch für die umgekehrte Richtung gilt, nämlich beim Übergang von CI nach C; z. B. steht unter 4 in CI der Wert 1/4 = 0,25 in C.

Ein nur gelegentliches Ablesen von Kehrwerten würde das Vorhandensein der Skala CI nicht rechtfertigen. Ihr Hauptwert liegt darin, daß sie viel unnötige Einstellarbeit bei zusammengesetzten Aufgaben erspart.

$\frac{4}{5}$ kann als $4 \cdot \frac{1}{5}$ geschrieben werden und $4 \cdot 5$ ist das Gleiche wie $\frac{4}{1/5}$.

Diese Schreibweise ist zwar ungewohnt, hat aber für das Stabrechnen den Vorteil, daß eine Division in eine Multiplikation und umgekehrt eine Multiplikation in eine Division umgewandelt wird. Ein „Spiel" mit einfachen Zahlen wird uns den Wert dieser Umformungen am besten zeigen:

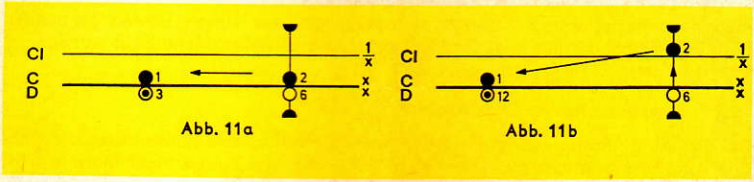


Abb. 11a Abb. 11b

1. Bringen wir den Läufer auf 6 in D und schieben 2 in C unter den Läuferstrich, dann haben wir die übliche Division 6 : 2 = 3. Lassen wir aber den Läufer stehen und bringen durch Verschieben der Zunge die 2 der Skala CI darunter, so erhalten wir die Multiplikation 6 · 2, wobei wir das Ergebnis 12 wie bei einer Division unter der Zungeneins ablesen. In Wirklichkeit haben wir 6 : 0,5 ausgerechnet, weil mit der 2 in CI gleichzeitig der Kehrwert 0,5 in C unter den Läuferstrich gebracht wurde (Abb. 11 b).

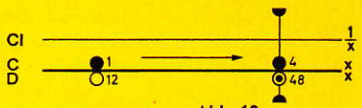


Abb. 12a

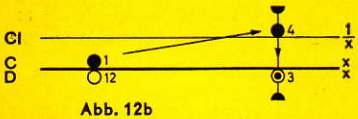


Abb. 12b

2. Lassen wir jetzt die Eins der Skala C über 12 in D stehen und bringen den Läufer auf 4 in C, dann erhalten wir die übliche Multiplikation $12 \cdot 4 = 48$. Verschieben wir aber den Läufer nach 4 in CI, so lesen wir das Ergebnis der Division $12 : 4 = 3$ in D ab. Mit anderen Worten: Da unter 4 in CI der Kehrwert $1/4 = 0{,}25$ in C steht, ist in Wirklichkeit $12 \cdot 0{,}25 = 3$ gerechnet worden.

Es gibt für die Multiplikation und Division also je zwei Einstellmöglichkeiten, von denen sich der geübte Rechner jeweils die bessere aussucht, um bei zusammengesetzten Aufgaben eine abwechselnde Division und Multiplikation zu erhalten.

Die bisher zwischen den Skalen C und CI geschilderten Beziehungen gelten in gleicher Weise auch für die Skalen CF und CIF. Um das einzusehen, ist es nützlich, dasselbe „Zahlenspiel" mit der Skalengruppe CF/DF/CIF zu wiederholen. Wer die vorhergehenden Kapitel aufmerksam studiert hat, wird jetzt erkennen, daß die Skala CIF die folgerichtige Ergänzung des Skalensystems ist. Und wer die Vorteile der versetzten Skalen richtig ausnutzt, braucht die Skala CIF genau so oft wie die Skala CI.

Ausdrücke der Form $a \cdot b \cdot c$ oder $\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$ usw. werden durch abwechselnde Multiplikation und Division wie die Aufgaben der vereinigten Multiplikation und Division (Kap. 6) gelöst. Während der Rechnung kann von der Skalengruppe C, D und CI zur Skalengruppe CF, DF und CIF übergegangen werden, um bei der Multiplikation das Durchschieben der Zunge zu vermeiden.

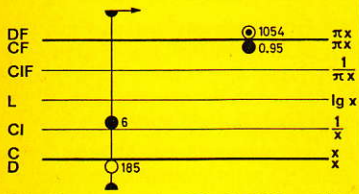


Abb. 13 $185 \cdot 6 \cdot 0{,}95 = 1054$
Überschlag $200 \cdot 6 \cdot 1 = 1200$

Im Beispiel der Abb. 13 werden 185 auf D und 6 auf Skala CI wie bei einer Division gegenübergestellt und die Multiplikation mit 0,95 auf der oberen Skala CF vorgenommen. Das Ergebnis 1054 erscheint darüber in der Skala DF.

9. Die versetzten Skalen CF und DF

In den vorhergehenden Kapiteln wurde bereits mit diesen Skalen gerechnet, hier sollen noch einmal die Vorteile dieser Skalen zusammengefaßt werden.

9.1 Besserer Rechnungsbeginn

Bei der Multiplikation sorgt die 1 der Skala CF dafür, daß automatisch die richtige Anfangseinstellung vorgenommen wird und die Zunge nicht mehr als bis zur Hälfte herausragt. Bei der Division stehen die Werte wie bei der Bruchschreibweise übereinander.

9.2 Tabellen ohne Durchschieben der Zunge

Mit der Überteilung von der halben Skalenlänge ergeben sich erhebliche Rechenvorteile beim Multiplizieren, Tabellenrechnen und bei Proportionsrechnungen, weil das Durchschieben der Zunge entfällt.

Beispiel einer Tabellenbildung: $y = 29x$

x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Die 1 von CF und die 1 von C zeigen stets auf den gleichen Wert ihrer Nachbarskala, daher bilden beide Skalenpaare eine Arbeitsgemeinschaft.

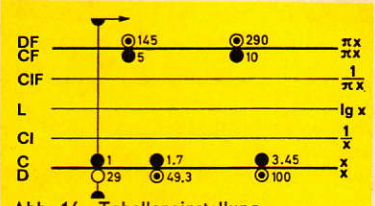


Abb. 14 Tabelleneinstellung

$x = 5$ kann ohne Durchschieben der Zunge in Skala CF eingestellt und das Ergebnis $29 \cdot 5 = 145$ in Skala DF abgelesen werden. Die gelben Streifen auf der Zunge schützen dabei vor Irrtümern, denn der Multiplikator 5 muß auch oben auf der gelben Zungenskala eingestellt werden.

9.3 Direkte Ablesung von Multiplikationen und Divisionen mit π

Für die Tabellenbildung ist nur entscheidend, daß die 1 der versetzten Skalen ungefähr in der Mitte des Rechenstabes liegt. Das Maß der Versetzung ist aber so gewählt, daß über der 1 von Skala D der Wert π in DF steht, das gleiche gilt für C und CF. Dieser Faktor hat mit den bisherigen Anwendungen nichts zu tun, aus dieser Anordnung ergibt sich aber der weitere Vorteil, daß beim Übergang von D nach DF bzw. C nach CF eine Multiplikation und in der umgekehrten Richtung eine Division mit π ausgeführt wird. Wenn z. B. der Durchmesser d auf Skala D mit dem Läuferstrich eingestellt wird, kann darüber auf Skala DF der Kreisumfang $U = d\pi$ abgelesen werden. Ähnlich rechnet man Kreisfrequenzen $\omega = 2f\pi$ aus, wenn 2 f in D eingestellt wird.

Bei allen Aufgaben, die den Faktor π enthalten, wird dieser bei der letzten Ablesung durch einen Übergang zu den versetzten Skalen berücksichtigt.

Eine Zusammenstellung aller Rechnungen mit dem Faktor π, die mit einer Läufereinstellung möglich sind zeigt die Abb. 15.

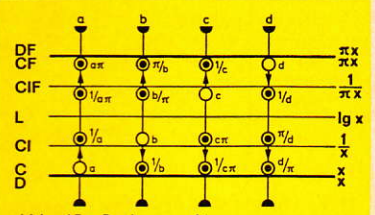


Abb. 15 Rechnen mit π

10. Die Skalen A, B und K

Wird der Läuferstrich auf einen beliebigen Wert x der Skala D gestellt, so kann auf der Skala A das Quadrat x^2 und auf der Skala K der Kubikwert x^3 abgelesen werden. In umgekehrter Richtung erhält man die zweiten bzw. dritten Wurzeln.

a. $2^2 = 4 \qquad 2^3 = 8$

b. $32{,}7^2 = 3{,}27^2 \cdot 10^2 = 1070$

$32{,}7^3 = 3{,}27^3 \cdot 10^3 = 35\,000$

c. $\sqrt[2]{9} = 3 \qquad \sqrt[3]{27} = 3$

d. $\sqrt[2]{51} = 7{,}14 \qquad \sqrt[3]{364} = 7{,}14$

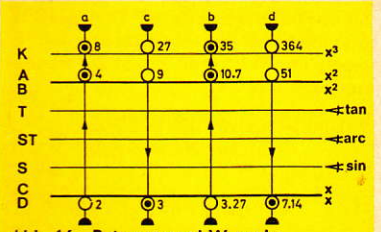


Abb. 16 Potenzen und Wurzeln

Die Stellung des Kommas erhält man am besten durch eine Überschlagsrechnung. Beim Potenzieren und Wurzelziehen ist es vorteilhaft, Zehnerpotenzen abzuspalten, um Zahlenwerte zu erhalten, deren Lösung leicht zu übersehen ist. Die Quadratskalen kann man sich zu diesem Zwecke von 1 bis 100, die Kubikskala von 1 bis 1000 beziffert vorstellen. In welchem Bereich der Läufer eingestellt werden muß, ergibt sich aus dieser gedachten Bezifferung der Skalen.

Beispiele: $\sqrt{3200} = \sqrt{32 \cdot 100} = 10 \cdot \sqrt{32} = 10 \cdot 5{,}66 = 56{,}6$

$$\sqrt[3]{0{,}1813} = \sqrt[3]{\frac{181{,}3}{1000}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{181{,}3} = \frac{1}{10} \cdot 5{,}66 = 0{,}566$$

Mit den beiden Quadratskalen A und B kann ferner wie mit den Grundskalen gerechnet werden, allerdings mit etwas geringerer Genauigkeit. Bei vielen Aufgaben ist es bequem, auf der Quadratskala weiterrechnen zu können, wenn mit einer Quadrierung begonnen wurde.

11. Die Trigonometrischen Funktionen

Zu jeder Einstellung eines Winkels auf den Skalen S, T oder ST kann die zugehörige Winkelfunktion auf der Grundskala C abgelesen werden. Umgekehrt kann zu jedem in der Grundskala eingestellten Funktionswert der entsprechende Winkel ermittelt werden.

Beim Einstellen der Winkelwerte ist zu beachten, daß die Skalen in Grade und Dezigrade unterteilt sind. Wie bei den Grundskalen ist die Unterteilung wechselnd, so daß man sich jeweils über den Wert des kleinsten Intervalls Klarheit verschaffen muß.

Der Rechenstab gibt nur die Funktionswerte für Winkel im 1. Quadranten. Für die Reduktion beliebiger Winkel auf den 1. Quadranten gelten die Beziehungen der folgenden Tabelle:

	$\pm\alpha$	$90° \pm \alpha$	$180° \pm \alpha$	$270° \pm \alpha$	$45° \pm \alpha$
sin	$\pm \sin\alpha$	$+ \cos\alpha$	$\mp \sin\alpha$	$- \cos\alpha$	$\cos(45° \mp \alpha)$
cos	$+ \cos\alpha$	$\mp \sin\alpha$	$- \cos\alpha$	$\pm \sin\alpha$	$\sin(45° \mp \alpha)$
tan	$\pm \tan\alpha$	$\mp \cot\alpha$	$\pm \tan\alpha$	$\mp \cot\alpha$	$\cot(45° \mp \alpha)$
cot	$\pm \cot\alpha$	$\mp \tan\alpha$	$\pm \cot\alpha$	$\mp \tan\alpha$	$\tan(45° \mp \alpha)$

11.1 Sinus und Kosinus

Die Sinusskala reicht von 5,5° bis 90° und ist gleichzeitig eine Kosinusskala für Winkel von 0° bis 84,5°, die mit Hilfe der roten Bezifferung eingestellt werden. Die in Skala C abgelesenen Sinus-Funktionswerte der Winkel 5,75° bis 90° und die Kosinus-Funktionswerte der Winkel 0° bis 84,25° beginnen stets mit 0,...

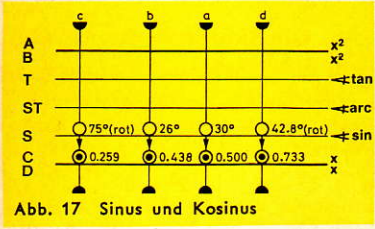


Abb. 17 Sinus und Kosinus

Beispiele: a) sin 30° = 0,500
b) sin 26° = 0,438
c) cos 75° = 0,259
d) cos 42,8° = 0,733

11.2 Tangens und Kotangens

Die Tangensskala ist von 5,5° bis 45° in schwarzer Farbe und rückläufig von 45° bis 84,5° in roter Farbe beziffert. Zu schwarzen Winkelwerten wird die Tangensfunktion auf Skala C abgelesen, ihre Werte beginnen mit 0,...

Da $\tan\alpha = 1/\tan(90° - \alpha)$ ist, kann die Tangensfunktion für rote Winkelwerte $\alpha > 45°$ entweder in Skala CI oder — bei Grundstellung der Zunge — auch in DI abgelesen werden. Die Kehrwertskala reicht dann von tan 45° = 1 bis tan 84,29° = 10.

a) tan 14° = 0,249
cot 14° = 4,01

b) tan 81,4° = 6,61

c) cot 68,25° = 0,399

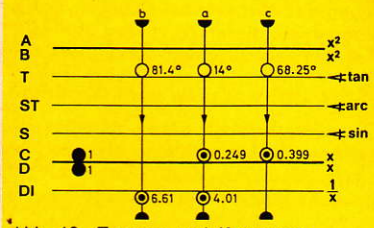


Abb. 18 Tangens und Kotangens

Die Kotangenswerte werden nach der Formel $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$ als Kehrwerte der Tangenten abgelesen. Somit findet man die Kotangenswerte für Winkel < 45° auf Skala CI bzw. DI und für Winkel > 45° auf Skala C.

Beachte: Gleiche Farben der Beziffer-ung für Einstellung und Ablesung geben den Tangens, ungleiche Farben den Kotangens des eingestellten Winkels.

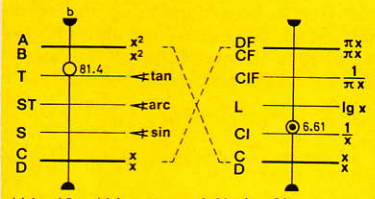


Abb. 19 Ablesung auf Skala CI

11.3 Die Skala ST

Diese Skala ist eine Fortsetzung der Skalen S und T für Funktionswerte zwischen 0,01 und 0,1; sie erfüllt aber gleichzeitig die wichtige Aufgabe der Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß.

1.3.1 Kleine Winkel — große Winkel

Wenn $\sin\alpha$ und $\tan\alpha$ für $\alpha < 5{,}5°$ oder $\cos\alpha$ und $\cot\alpha$ für $\alpha > 84{,}5°$ gesucht sind, gilt die Näherung

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \cos(90° - \alpha) \approx \cot(90° - \alpha) \approx \alpha \text{ rad}$$

Für Winkel bis zu 4° entspricht diese Näherung der Rechenstabgenauigkeit, Bei größeren Winkeln macht sich der Unterschied zwischen Sinus und Tangens bemerkbar, wie die Einstellung von sin 5,5° und tan 5,5° in den Skalen S, T und ST zeigt. Weil das Bogenmaß wertmäßig zwischen dem Sinus und Tangens liegt, ist die Skala ST so berechnet und beziffert, daß zu einem im Grundmaß eingestellten Winkel das Bogenmaß in Skala C abgelesen wird, und zwar im Bereich von 0,01 bis 0,1.

Zur Ermittlung der Kofunktionen cos und cot von Winkeln $84° < \alpha < 89{,}45°$ wird der Komplementwinkel $90° - \alpha$ in Skala ST eingestellt und der Funktionswert in Skala C abgelesen.

Beispiele: sin 1° = 0,01745 cos 87° = sin (90—87°) = sin 3° = 0,0523
tan 2° = 0,0349 cot 86,3° = tan (90—86,3°) = tan 3,7° = 0,0646

Die Kosinuswerte für Winkel < 10° und entsprechend die Sinuswerte für Winkel > 80° können mit der Skala S nur ungenau ermittelt werden. Genauere Werte gibt die Näherung:

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (\alpha \text{ im Bogenmaß})$$

$$\cos 1° \approx 1 - \frac{0{,}01745^2}{2} = 1 - 0{,}000152 = 0{,}999848.$$

Über der Winkeleinstellung in Skala ST steht in der Skala A bereits α^2 im Bogenmaß, dieser Wert wird mit Hilfe von B durch 2 geteilt. Für das Aufsuchen des Winkels zu einem Kosinuswert muß man den umgekehrten Weg gehen.

11.3.2 Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt

Zu einem in Skala ST eingestellten Winkel wird das Bogenmaß in Skala C abgelesen. Die Umrechnung ist umkehrbar, indem der Übergang von Skala C nach ST vorgenommen wird. Diese Umrechnungsmethode gilt nicht nur für die angegebenen kleinen Winkel, sondern auf Grund der dezimalen Gradeinteilung auch gleichzeitig für alle Winkel, weil die Umrechnung $\text{arc}\ \alpha = \frac{\pi}{180}\alpha^\circ$ nur eine Multiplikation mit dem konstanten Faktor $\pi/180 = 0{,}01745$ verlangt, der durch eine Versetzung der Skala ST gegenüber der Skala C berücksichtigt ist. Die Einstellung eines Winkels α auf der ST-Skala kann gleichfalls als $0{,}1\,\alpha$, $10\,\alpha$, $100\,\alpha$ usw. aufgefaßt werden, in demselben Sinn verschiebt sich auch die Stellung des Kommas beim Bogenmaß

$$\begin{aligned} \text{z. B.} \quad 1^\circ &= 0{,}01745 \text{ rad} \\ 0{,}1^\circ &= 0{,}001745 \text{ rad} \\ 10^\circ &= 0{,}1745 \text{ rad} \\ 100^\circ &= 1{,}745 \text{ rad} \end{aligned}$$

Sind die kleinen Winkel in Minuten oder Sekunden gegeben, muß man diese in Dezimalwerte eines Grades umrechnen: $1' = \frac{1^\circ}{60}$ und $1'' = \frac{1^\circ}{3600}$.

11.3.3 Die Marken ′ und ″ der Skala C geben eine Möglichkeit zur direkten Umrechnung der Minuten und Sekunden ins Bogenmaß. Sie entsprechen den Faktoren

$$\frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3438 \text{ für Minuten}$$

$$\frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265 \text{ für Sekunden}$$

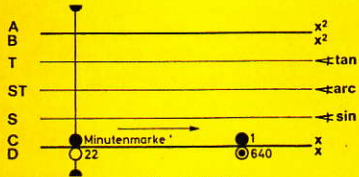


Abb. 20 arc 22′ = 0,00640

$$\text{Damit wird arc}\,\alpha = \frac{\alpha'}{\text{Minutenmarke}'} = \frac{\alpha''}{\text{Sekundenmarke}''}$$

Die Umkehrung ergibt: $\alpha' = \text{arc}\,\alpha \cdot \text{Minutenmarke}'$
$\alpha'' = \text{arc}\,\alpha \cdot \text{Sekundenmarke}''$

Beispiele:

$\text{arc } 22' = \frac{22}{3438} = 0{,}00640 \text{ rad}$ Überschlag: $\frac{20}{3000} = 0{,}006$

$\text{arc } 380'' = \frac{380}{206265} = 0{,}001843 \text{ rad}$ Überschlag: $\frac{400}{200000} = 0{,}002$

$0{,}0045 \text{ rad} = 0{,}0045 \cdot 3438 = 15{,}48'$ Überschlag: $0{,}005 \cdot 3000 = 15$

Wenn die Beziehungen zwischen Radius r, Bogen b und Zentriwinkel α gegeben sind, wird die Minutenmarke ′ bzw. Sekundenmarke ″ (in den nachstehenden Formeln mit ϱ bezeichnet) zur wertvollen Hilfe für die Berechnung der gesuchten Größe.

$$\alpha = \frac{b}{r}\varrho \qquad b = \frac{\alpha r}{\varrho}$$

Beispiele:

$$\alpha = \frac{0{,}6}{45} \cdot \text{Minutenmarke}' = 45{,}8'$$

$$b = \frac{48'' \cdot 67}{\text{Sekundenmarke}''} = 0{,}0156$$

Abb. 21

12. Die trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke

Der Sinussatz ist ein Musterbeispiel für die Anwendung der Proportionsrechnung mit dem Rechenstab.

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

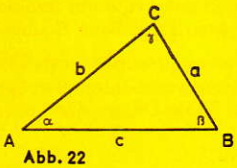


Abb. 22

Mit der Einstellung eines dieser Verhältnisse durch Gegenüberstellung der Strecke auf Skala D und des Winkels auf Skala S bzw. ST sind auch die übrigen Verhältnisse festgelegt, so daß zu jeder Seite der gegenüberliegende Winkel und umgekehrt zu jedem Winkel die gegenüberliegende Seite abgelesen werden kann.

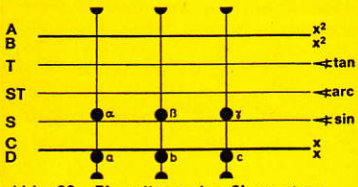


Abb. 23 Einstellung des Sinussatzes

Am häufigsten kommt in der Praxis die Berechnung rechtwinkliger Dreiecke vor. In diesem Sonderfall ist $\gamma = 90°$ und damit $\sin\gamma = 1$ sowie $\alpha = 90° - \beta$ und $\beta = 90° - \alpha$. Der Sinussatz erhält dann die Form:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{1} = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{b}{\cos\alpha}$$

Ferner ist: $\tan\alpha = \frac{a}{b}$.

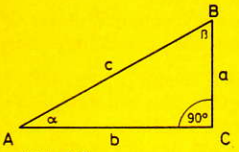


Abb. 24

Je nach den gegebenen Stücken kommen zwei grundsätzliche Rechenoperationen vor:

1. Gegeben sind zwei beliebige Stücke (außer Fall 2).
2. Gegeben sind die Katheten a und b.

Beispiel zu 1:

Gegeben: $c = 5$, $b = 4$ Gesucht: a, α, β

Zuerst wird die 1 der Skala C ($\sin 90° = 1$) über den Hypotenusenwert 5 auf Skala D gestellt. Dann können die gesuchten Größen a, α, β allein durch ein Verstellen des Läufers abgelesen werden.

$$\frac{5}{1} = \frac{4}{\sin 53{,}15°} = \frac{3}{\cos 53{,}15°}$$

$\beta = 53{,}15°$

$\alpha = 90° - 53{,}15° = 36{,}85°$

$a = 3$

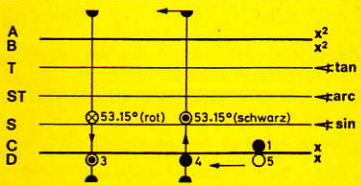


Abb. 25 Die Hypotenuse ist gegeben

Über der Kathete 4 auf Skala D steht $\beta = 53{,}15°$ auf Skala S (schwarze Bezifferung). Es bleibt sich gleich, ob man als nächsten Schritt $90° - 53{,}15° = 36{,}85°$ mit schwarzer Bezifferung (sin) oder gleich 53,15° mit roter Bezifferung (cos) einstellt, um darunter die Kathete 3 auf Skala D abzulesen.

Wenn eine Kathete und ein Winkel gegeben sind, beginnt die Rechnung mit der Gegenüberstellung der Kathete und ihres gegenüberliegenden Winkels, die weitere Rechnung ist dann analog der Abb. 25 und die Hypotenuse wird unter der Zungeneins auf Skala D abgelesen.

Mitunter ist es günstiger, anstelle der Skala D die Skala DF zu benutzen, um das Durchschieben der Zunge einzusparen, dann aber erscheinen auch alle weiteren Seiten auf Skala DF, an der Methode ändert sich nichts.

Beispiel zu 2:

Gegeben: $a = 3$, $b = 4$ Gesucht: c, α, β

Zunächst wird α aus den Katheten berechnet:

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

oder besser in der Proportionsform:

$$\frac{4}{1} = \frac{3}{\tan \alpha}$$

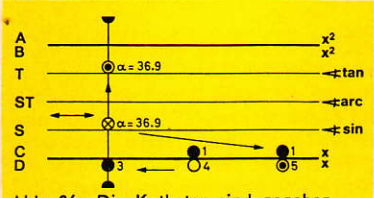


Abb. 26 Die Katheten sind gegeben

Nach dem Einstellen der Zungeneins über den Wert 4 auf Skala D wird der Läuferstrich über die 3 auf Skala D gebracht und darüber auf Skala T der Winkel $\alpha = 36{,}9°$ abgelesen. Im zweiten Teil der Lösung rechnet man nach dem Sinussatz $\frac{c}{1} = \frac{3}{\sin 36{,}9°}$. Da der Läufer noch auf dem Wert 3 steht, wird jetzt die Zunge so verschoben, daß der Winkel 36,9° der Skala S unter dem Läuferstrich steht, dann kann $c = 5$ unter der Zungeneins auf Skala D abgelesen werden.

Für $\alpha > 45°$, wenn $a > b$, wird die Rechnung genauso durchgeführt. Die Rechnung beginnt stets mit der größeren Kathete, nur wird dann der Komplementwinkel (rote Bezifferung) auf Skala T abgelesen und entsprechend muß auch der Kosinus (rote Bezifferung) auf der Skala S eingestellt werden.

Die Rechnungsart wird übersichtlicher, wenn man das Dreieck zeichnet (Skizze); man vermeidet dadurch Fehler.

Die beiden angeführten Rechenverfahren für das rechtwinklige Dreieck haben besondere Bedeutung für Koordinaten- und Vektoraufgaben sowie beim Rechnen mit komplexen Zahlen. Es handelt sich bei derartigen Aufgaben stets um die Verwandlung von rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten und umgekehrt.

Koordinatenumwandlung:

$\Delta x, \Delta y \longleftrightarrow r\underline{/\varphi}$ (Abb. 27)

Komplexe Zahlen:

$Z = a + jb = re^{j\varphi} = r\underline{/\varphi}$ (Abb. 28)

Diese Umwandlungen werden in der Elektrotechnik sehr oft benötigt. In der Form $Z = a + jb$ lassen sich die Werte einfach addieren und subtrahieren, die Schreibweise $Z = r\underline{/\varphi}$ eignet sich besonders zum Multiplizieren, Dividieren und Potenzieren.

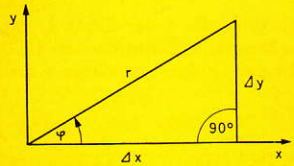


Abb. 27 $\Delta x, \Delta y \longleftrightarrow r\underline{/\varphi}$

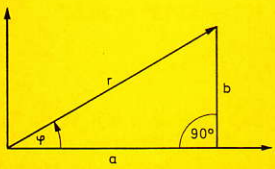


Abb. 28 $Z = a + jb = r\underline{/\varphi}$

Beispiele:

$Z = 4{,}5 + j\,1{,}3 = 4{,}68\underline{/16{,}13°}$

$Z = 6{,}7\underline{/49°} = 4{,}39 + j\,5{,}05$

13. Die Exponentialskalen

Alle Exponentialskalen sind auf die Grundskalen C und D bezogen. Sie reichen mit vier e^{+x}-Skalen LL0, LL1, LL2 und LL3 von 1,001 bis 100000 und mit vier e^{-x}-Skalen LL00, LL01, LL02 und LL03 von 0,00001 bis 0,999.

Die Skalen e^{+x} und e^{-x} sind zueinander reziprok. Auf diesen werden Kehrwerte von Zahlen < 2,5 mit größerer Genauigkeit ermittelt als bei der Verwendung der Skalen CI oder CIF.

$$\frac{1}{1{,}0170} = 0{,}98328$$

Die Exponentialskalen sind Stellenwertskalen, d. h. der Wert 1,35 bedeutet nur 1,35, nicht auch 13,5 oder 135 wie bei den Grundskalen.

13.1 Potenzen und Wurzeln mit den Exponenten 10 und 100

Die Exponentialskalen sind so angeordnet, daß jeweils beim Übergang von einer LL-Skala zur benachbarten Skala die 10. Potenz oder 10. Wurzel berechnet wird, je nachdem, in welcher Richtung abgelesen wird. Die sich daraus ergebenden Variationen zeigen die Beispiele der Abb. 29. Der Einfachheit halber wurden die beiden Skalen LL00 und LL0 mit auf den Abbildungen der Rechenstabvorderseite angebracht. Tatsächlich sind diese auf der Rückseite. Zur Kenntlichmachung wurden die Skalen LL00 und LL0 deshalb gestrichelt gezeichnet.

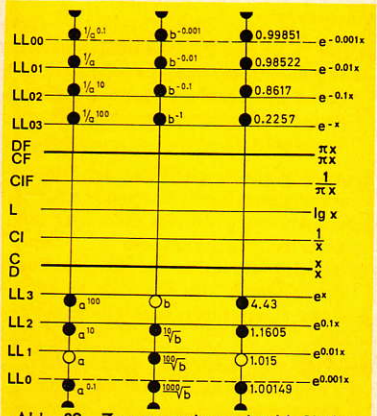


Abb. 29 Zusammenhang der LL-Skalen

Beispiele:

$$1{,}015^{0{,}1} = \sqrt[10]{1{,}015} = 1{,}00149$$

$$1{,}015^{1} = 1{,}015$$

$$1{,}015^{10} = 1{,}1605$$

$$1{,}015^{100} = 4{,}43$$

$$\frac{1}{1{,}015^{100}} = 1{,}015^{-100} = 0{,}2257$$

$$\frac{1}{1{,}015^{10}} = 1{,}015^{-10} = 0{,}8617$$

$$\frac{1}{1{,}015^{1}} = 1{,}015^{-1} = 0{,}98522$$

$$\frac{1}{1{,}015^{0{,}1}} = \frac{1}{\sqrt[10]{1{,}015}} = 1{,}015^{-0{,}1} = 0{,}99851$$

Variationen der Ablesungen in der gleichen Zahlenreihe der Abb. 29:

$$\sqrt[10]{4{,}43} = 1{,}1605 \quad \sqrt[100]{0{,}2257} = 0{,}98522 \quad 0{,}98522^{10} = 0{,}8617 \quad 1{,}00149^{1000} = 4{,}43$$

Diese in der Praxis selten vorkommenden Beispiele dienen dem besseren Verständnis für den Aufbau der Exponentialskalen.

13.2 Potenzen $y = a^x$

Genau so, wie man mit den Grundskalen multipliziert, wird bei der Anwendung der LL-Skalen potenziert.

Rechengang:

a) Einstellen des Anfanges oder Endes der Skala C über den Basiswert a auf der entsprechenden LL-Skala mit Hilfe des Läufers.
b) Einstellung der Exponenten x auf der Skala C durch Verschieben des Läufers.
c) Ablesung des Potenzwertes y unter dem Läuferstrich auf der richtigen LL-Skala (vgl. Ableseregeln!).

Mit der Einstellung des Basiswertes erhält man eine Tabellenstellung für die Funktion $y = a^x$. Abb. 30 zeigt die Einstellung für die Funktion $y = 3{,}2^x$, wobei der Läufer über dem Exponenten 2,5 und seinen dezimalen Variationen steht.

Beispiele:		Ablesung auf Skala
$3{,}2^{2{,}5}$	= 18,3	LL3
$3{,}2^{0{,}25}$	= 1,338	LL2
$3{,}2^{0{,}025}$	= 1,02956	LL1
$3{,}2^{0{,}0025}$	= 1,002912	LL0
$3{,}2^{-2{,}5}$	= 0,0546	LL03
$3{,}2^{-0{,}25}$	= 0,7476	LL02
$3{,}2^{-0{,}025}$	= 0,97134	LL01
$3{,}2^{-0{,}0025}$	= 0,997096	LL00

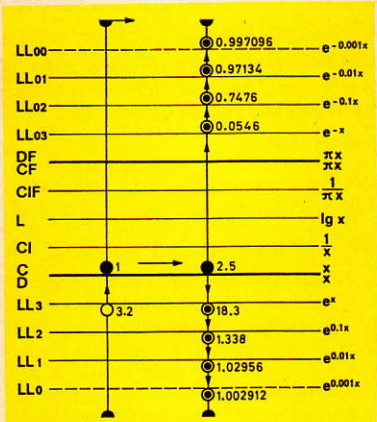


Abb. 30 Potenzen

Ableseregeln:

a) Bei positiven Exponenten liegen Einstellung und Ergebnis in der gleichen Skalengruppe LL0—LL3 oder LL00—LL03, man bleibt also bei der gleichen Farbe der Bezifferung. Bei negativen Exponenten muß man von einer Skalengruppe zur anderen wechseln (Farbenwechsel).

b) Analog zur Beschriftung der Skalen am rechten Rechenstabende erfolgt die Ablesung auf der niedriger bezifferten Nachbarskala LL, wenn bei der Variation der Exponenten das Komma um eine Stelle nach links rückt (vgl. Beispiel von Abb. 30).

c) Wird die Basis mit dem rechten Zungenende eingestellt, werden alle Ablesungen auf der höher bezifferten Nachbarskala vorgenommen.

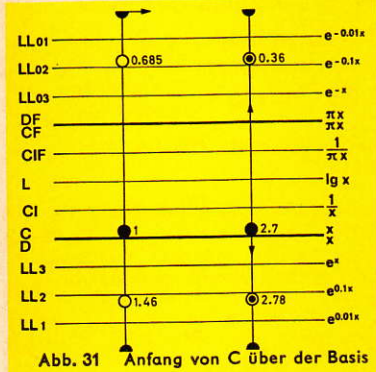


Abb. 31 Anfang von C über der Basis

Für $a < 1$ findet man die Potenzen mit positiven Exponenten in der Skalengruppe LL00—LL03 und mit negativen Exponenten in der Skalengruppe LL0—LL3.

$0{,}685^{2{,}7} = 0{,}36$ (Abb. 31)

$0{,}685^{-2{,}7} = 2{,}78$

$1{,}46^{2{,}7} = 2{,}78$

$1{,}46^{-2{,}7} = 0{,}36$

Abb. 32 zeigt die gleichen Beispiele wie Abb. 31, aber mit Einstellung des rechten Zungenendes, deshalb stehen die Ergebnisse nicht in der Skala, wo die Basis eingestellt wird, sondern in der Nachbarskala LL3 bzw. LL03.

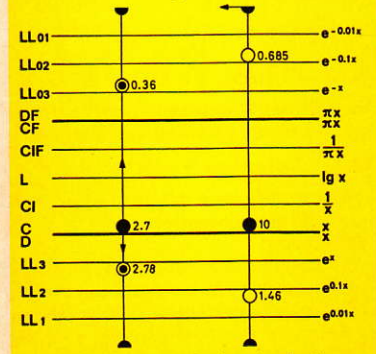


Abb. 32 Ende von C über der Basis

13.3 Sonderfälle von $y = a^x$

Die Möglichkeiten, den Exponenten und die Basis zu variieren, sind durch den Bereich der Exponentialskalen begrenzt.

13.3.1 $y > 100000$ und $y < 0{,}00001$

Reicht das Ergebnis einer Potenz über den Bereich der Exponentialskalen hinaus, muß der Exponent in Summanden und somit die Potenz in Faktoren zerlegt werden.

Beispiel:

$$3{,}14^{19} = 3{,}14^{6+6+7} = (3{,}14^6)^2 \cdot 3{,}14^7 = 0{,}955^2 \cdot 10^6 \cdot 3{,}02 \cdot 10^3 = 2{,}76 \cdot 10^9$$

Für negative Exponenten gilt selbstverständlich derselbe Lösungsweg.

13.3.2 $0{,}999 < y < 1{,}001$

Ist infolge eines kleinen Exponenten der Wert einer Potenz kleiner als 1,001, aber größer als 0,999, so kann das Ergebnis nicht der LL-Skala entnommen werden.

Die Reihenentwicklung

$$a^{\pm x} = 1 \pm \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} \ln^2 a \pm \frac{x^3}{3!} \ln^3 a + \ldots$$

gibt für diese Fälle eine Näherungslösung:

$$a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a \quad \text{für } |x \ln a| \ll 1$$

Wenn die 1 der Skala C mit Hilfe des Läufers über die Basis a in Skala LL gestellt wird, steht sie auch über dem Wert ln a in Skala D (vgl. Ziff. 13.4 und 13.6), und eine Multiplikation mit x durch Verschieben des Läufers über Skala C ergibt in Skala D die Ablesung $x \cdot \ln a$. Wird dieser Zwischenwert zu 1 addiert oder von 1 subtrahiert, erhält man den gesuchten Potenzwert $a^{\pm x}$. Je kleiner der Exponent ist, um so genauer wird das Ergebnis dieser Rechenmethode.

Das Beispiel der Abb. 30 kann damit weiter fortgesetzt werden. So ist z. B.

$$3{,}2^{0{,}00025} = 1 + 0{,}0002908 = 1{,}0002908$$
$$3{,}2^{-0{,}00025} = 1 - 0{,}0002908 = 0{,}9997092$$

Bei weiteren dezimalen Variationen des Exponenten ändert sich nur noch die Anzahl der Nullen oder Neunen hinter dem Komma, z. B.: $3{,}2^{0{,}000025} = 1{,}00002908$

13.3.3 $0{,}999 < a < 1{,}001$

Wenn in der Potenz $y = a^x$ die Basis größer als 0,999, aber kleiner als 1,001 ist, hilft wieder eine Näherungslösung.

Nach der vorherigen Reihenentwicklung gilt $a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a$. Da a nahezu 1 ist, kann man schreiben: $a = 1 \pm n$. Damit gilt:

$$a^x = (1 \pm n)^x \approx 1 + x \cdot \ln (1 \pm n)$$

$$\text{Da } \ln (1 \pm n) = \pm n - \frac{n^2}{2} \pm \frac{n^3}{3} - \cdots \approx \pm n \ (\text{für } |n| \ll 1)\text{, gilt}$$

$$(1 \pm n)^x \approx 1 \pm nx \text{ und } (1 \pm n)^{-x} \approx 1 \mp nx \ (\text{für } |nx| \ll 1)$$

Wenn der Bereich der LL-Skalen für die Einstellung der Basis a nicht ausreicht, wird Skala D wie eine LL-Skala benutzt, aber mit dem Unterschied, daß an Stelle von $a = 1 \pm n$ der Wert $|n|$ eingestellt wird.

Wird die 1 der Skala C über n in Skala D gestellt, ist diese Einstellung praktisch identisch mit der Einstellung $1 \pm n$ in einer Exponentialskala, die man sich als Fortsetzung für den Bereich von 1,0001 bis 1,001 bzw. 0,999 bis 0,9999 usw. vorstellen kann. Mit kleiner werdendem n wird die Näherung $\ln (1 \pm n) = \pm n$ immer genauer.

Die Potenz wird wie üblich gebildet, ist aber jetzt eine einfache Multiplikation $n \cdot x$. Das der Skala D entnommene Ergebnis muß durch Addition der 1 bzw. Subtraktion von 1 vervollständigt werden. Kommt man mit größeren Exponenten in den Bereich der vorhandenen LL-Skalen, kann das Ergebnis direkt in der entsprechenden Exponentialskala abgelesen werden.

Beispiele:

$1{,}00023^{3{,}7} = (1 + 0{,}00023)^{3{,}7} = 1{,}000851$ Ablesung auf Skala D zu 1 addieren

$1{,}00023^{37} = 1{,}00854$ Ablesung auf Skala LL0

$0{,}99977^{3{,}7} = (1 - 0{,}00023)^{3{,}7} = 0{,}999149$ Ablesung auf Skala D von 1 subtrahieren

$0{,}99977^{37} = 0{,}99152$ Ablesung auf Skala LL00

13.4 Potenzen $y = e^x$

$y = e^x$ ergibt sich als Spezialfall aus der Grundstellung der Zunge, denn dann ist die Zahl $e = 2{,}718$ als Basis eingestellt. Da die Skala D gerade diese Einstellung zu den Exponentialskalen hat, genügt es, den Exponenten mit dem Läufer auf Skala D einzustellen, um die Potenz der Basis e in der LL-Skala ablesen zu können.

$e^{1{,}489}$	$= 4{,}43$	$e^{-1{,}489}$	$= 0{,}2260$
$e^{0{,}1489}$	$= 1{,}1605$	$e^{-0{,}1489}$	$= 0{,}8618$
$e^{0{,}01489}$	$= 1{,}015$	$e^{-0{,}01489}$	$= 0{,}98523$
$e^{0{,}001489}$	$= 1{,}001\,489$	$e^{-0{,}001489}$	$= 0{,}998513$

Bei weiteren Variationen wird wieder die Übereinstimmung mit $e^{\pm x} \approx 1 \pm x$ erreicht. $e^{0{,}0001489} = 1{,}0001489$

13.5 Wurzeln $y = \sqrt[x]{a}$

Wurzelausdrücke können zum besseren Verständnis in Potenzen verwandelt werden. Die Exponenten werden dann in Skala CI eingestellt.

$$\sqrt[3{,}5]{e} = e^{+\frac{1}{3{,}5}} = 1{,}3307 \qquad \frac{1}{\sqrt[3{,}5]{e}} = e^{-\frac{1}{3{,}5}} = 0{,}7514$$

Als 1. Umkehrung der Potenzrechnung kann mit den Exponentialskalen in der gleichen Weise radiziert werden, wie mit den Grundskalen dividiert wird.

Entsprechend $y = a^x$ gilt die Beziehung $\sqrt[x]{y} = a$.

Rechengang:

a) Gegenüberstellung des Radikanden y auf der LL-Skala und des Wurzelexponenten auf Skala C.

b) Ablesung des Wurzelwertes unter dem Zungenanfang oder -ende auf der entsprechenden LL-Skala.

Die Ableseregeln von S. 19 finden auch hier eine sinngemäße Anwendung. Es ist dabei zu beachten, daß die Ablesung unter dem rechten Zungenende auf der benachbarten, kleiner bezifferten Exponentialskala LL0—LL3 oder LL00—LL03 erfolgen muß.

$$\sqrt[0{,}77]{21} = 52{,}1 \qquad \frac{1}{\sqrt[0{,}77]{21}} = 0{,}0192$$

$$\sqrt[7{,}7]{21} = 1{,}485 \qquad \frac{1}{\sqrt[7{,}7]{21}} = 0{,}6734$$

$$\sqrt[77]{21} = 1{,}0403 \qquad \frac{1}{\sqrt[77]{21}} = 0{,}96122$$

$$\sqrt[770]{21} = 1{,}00396 \qquad \frac{1}{\sqrt[770]{21}} = 0{,}99605$$

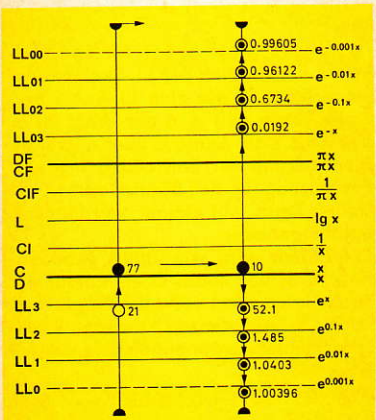


Abb. 33 Wurzeln

13.6 Logarithmen

Mit den Exponentialskalen können beliebige Logarithmen ermittelt werden. Die Logarithmen ergeben sich aus der Umkehrung der Potenzbildung.

$y = a^x$ $\qquad$ $x = \log_a y$ (lies: Logarithmus y zur Basis a).

Die Bestimmung des Logarithmus ist identisch mit einer Potenzaufgabe, bei welcher der Exponent gesucht wird. Den Lösungsweg ersieht man am besten aus einer Gegenüberstellung der Potenzaufgabe und ihrer Umkehrung.

Ausgangsgleichung: $y = a^x$

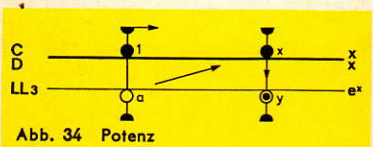


Abb. 34 Potenz

Umkehrung: $x = \log_a y$

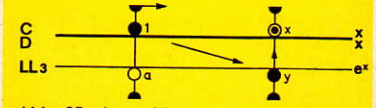


Abb. 35 Logarithmus

Rechengang:

a) Einstellung des Läufers auf den Basiswert a der Skala LL.

b) Zungeneins unter den Läuferstrich stellen.

c) Einstellung des Numerus y auf der Exponentialskala mit dem Läuferstrich.

d) Ablesung des Logarithmus x unter dem Läuferstrich auf der Grundskala C.

Beispiel:

$\log_5 125 = 3{,}0$ (Abb. 36)

Wenn die Basis 5 in Skala LL und der Zungenanfang 1 übereinandergeschoben werden, steht der Logarithmus 3,0 in Skala C über dem Numerus 125 in Skala LL3.

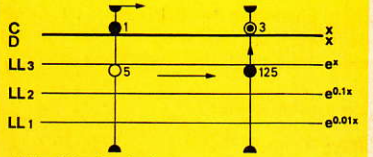


Abb. 36 Basis 5

Die dekadischen Logarithmen werden durch Einstellen der Basis 10 gefunden (Abb. 37). Im Beispiel

$\lg 1{,}92 = 0{,}2833$

wird der Logarithmus 0,2833 in Skala C über dem Numerus 1,92 der Skala LL2 abgelesen.

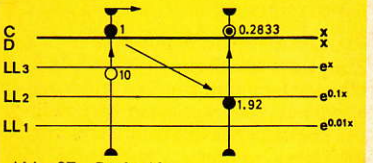


Abb. 37 Basis 10

Außerdem befindet sich auf der Zunge die übliche Mantissenskala L (s. S. 23).

Die natürlichen Logarithmen der Basis e werden durch Übergang von den LL-Skalen zu der Skala D gefunden, weil die Basis e stets eingestellt ist.

$\ln 1{,}06 = 0{,}0583$
$\ln 1{,}27 = 0{,}239$
$\ln 4{,}5 = 1{,}504$

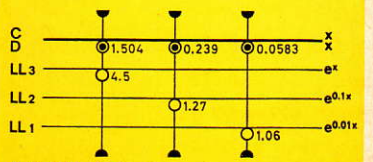


Abb. 38 Basis e

Die Bestimmung der Kommastellung erklärt sich aus der Beziehung $\log_a a = 1$. Stellt man den Zungenanfang 1 über die Basis a, dann sind die rechts vom Wert a auf Skala C abgelesenen Logarithmen > 1, und alle Logarithmen links von a, wenn das Zungenende über der Basis steht, sind < 1.

Ableseregeln:

a) Jeder Übergang zur benachbarten LL-Skala in der Reihenfolge LL3, LL2, LL1, LL0 oder LL03, LL02, LL01, LL00 bewirkt für die Ablesung des Logarithmus auf Skala C eine Verschiebung des Kommas nach links, in der umgekehrten Reihenfolge nach rechts.

b) Die Logarithmen werden positiv (negativ), wenn der Numerus und die Basis auf gleichfarbigen (ungleichfarbigen) LL-Skalen eingestellt werden.

a) $\log_{10} 50 = 1{,}699$

b) $\log_{10} 2 = 0{,}3010$

b) $\log_{10} 0{,}5 = -0{,}3010$

c) $\log_{10} 1{,}03 = 0{,}01283$

d) $\log_{10} 0{,}015 = -1{,}824$

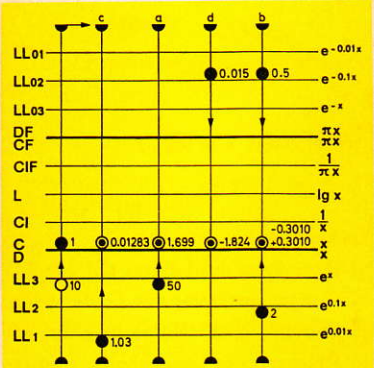


Abb. 39 Dekadische Logarithmen

Beim Einstellen der Basis mit dem Zungenende stehen alle Ablesungen links vom Basiswert, sie sind also < 1. Damit wird bei allen Ablesungen das Komma um eine Stelle nach links verschoben.

Übungsbeispiele:

$\log_{10} 6 = 0{,}778$	$\log_2 16 = 4{,}0$	$\ln 4{,}375 = 1{,}475$
$\log_{10} 1{,}14 = 0{,}0569$	$\log_2 1{,}02 = 0{,}028$	$\ln 0{,}622 = -0{,}475$
$\log_{10} 1{,}015 = 0{,}00647$	$\log_2 0{,}25 = -2$	$\ln 0{,}05 = -3{,}0$

Für die meistens benötigten dekadischen Logarithmen befindet sich auf der Zunge die übliche Mantissenskala L, die ähnlich einer Logarithmentafel nur die Mantissen angibt. Die Kennziffer wird nach der Regel „Stellenzahl minus 1" gebildet und zum Mantissenwert addiert. Zu jedem Wert der Skala C kann somit der Logarithmus in Skala L und umgekehrt zu jedem Logarithmus der Numerus abgelesen werden.

$\lg 1{,}14 = 0{,}0569$

$\lg 6 = 0{,}778$

$\text{num } 1{,}699 = 50$

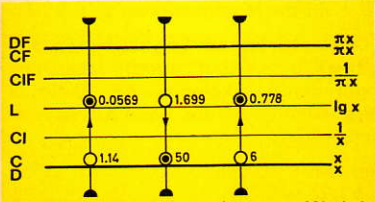


Abb.40 Dekadische Logarithmen auf Skala L

14. Proportionsrechnung mit den Exponentialskalen

Wenn ein Basiswert a mit dem Anfang der Skala C auf einer LL-Skala eingestellt ist, können die Potenzwerte für beliebige Exponenten oder die Logarithmen beliebiger Zahlen für diese Basis abgelesen werden. Die auf einer LL-Skala eingestellte Basis a ist somit ein Proportionalitätsfaktor.

14.1

$$y_1 = a^n \qquad y_2 = a^m$$

$$\log y_1 = n \cdot \log a \qquad \log y_2 = m \cdot \log a$$

$$\frac{\log a}{1} = \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m} \quad \text{oder}$$

$$\frac{\ln a}{1} = \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m}$$

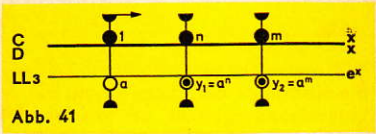


Abb. 41

Wenn drei Werte der Proportion bekannt sind, kann der vierte Wert berechnet werden, und mit der ersten Einstellung überblickt man eine Vielzahl von Verhältnissen. Wir haben hiermit wieder ein für das Rechnen mit dem Rechenstab günstiges Proportionsprinzip, und es kommt nur darauf an, geeignete Aufgaben auf diese Proportionsform zu bringen.

14.2

$$y = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\log y = \frac{m}{n} \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4{,}3^{\frac{6{,}8}{2{,}7}} = 39{,}4$$

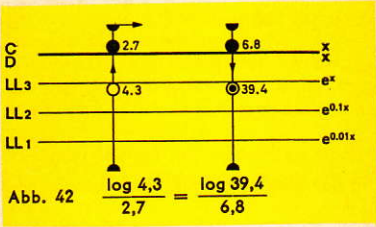


Abb. 42

Werden 4,3 auf Skala LL3 und 2,7 auf Skala C übereinandergestellt, dann kann unter 6,8 der Skala C das Ergebnis 39,4 auf Skala LL3 abgelesen werden. Ebenso werden natürlich die Abwandlungen dieser Aufgabe gelöst:

$$y = \sqrt[2.7]{4{,}3^{6{,}8}} \quad \text{oder} \quad y^{2{,}7} = 4{,}3^{6{,}8}$$

14.3

Viele Naturgesetze lassen sich auf die angegebene Proportionsform bringen, wenn die Änderung der einen Variablen proportional dem Logarithmus des Verhältnisses der anderen Variablen ist*).

$$\log \frac{y_2}{y_1} = \text{const}\,(x_2 - x_1)$$

Eine Änderung von x_1 auf x_2 um das Intervall i hat eine Änderung von y_1 auf y_2 zur Folge. Bezeichnet man das Verhältnis $\frac{y_2}{y_1}$ mit r, das ist die Restzahl, die den Rest vom ursprünglichen Ganzen angibt, dann lautet die obige Gleichung:

$$\frac{\log r}{i} = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \cdots$$

*) Vergleiche:
Ruppert, W: Über die Druckabhängigkeit der Viskosität von Schmierölen — Zeitschrift Brennstoffchemie Nr. 15/16 Bd. 33 (1952), S. 273-278
Ruppert, W: Eine neue allgemeine Fassung einiger Naturgesetze und ihre Anwendung mit modernen Rechenstäben — Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, Bd. 6 Heft 7 (Febr. 1954), S. 316

Beispiel: Radioaktiver Zerfall.
Ein Stoff zerfalle in 30 Tagen zu 40%, es verbleiben 60% als Rest.

$i_1 = 30, \qquad r_1 = 0{,}6.$

Wann sind noch 20%, also $r_2 = 0{,}2$ vorhanden?

$$\frac{\log 0{,}6}{30} = \frac{\log 0{,}2}{x} \qquad x = 94{,}5 \text{ Tage}$$

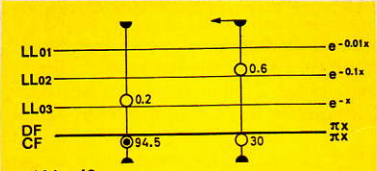


Abb. 43

14.4

Will man einen Logarithmus mit einer konstanten Zahl multiplizieren, so werden die Konstante auf Skala C und die Basis des Logarithmus auf den LL-Skalen untereinandergestellt, um wieder eine Tabellenstellung für die Multiplikation der Konstanten mit Logarithmen der eingestellten Basis zu erhalten.

$x = c \cdot \log_a y$ lautet als Proportion: $\dfrac{x}{\log_a y} = \dfrac{c}{1} = \dfrac{c}{\log_a a}$

$2 \cdot \log_{10} 100 = 4$

$2 \cdot \log_{10} 1{,}8 = 0{,}511$

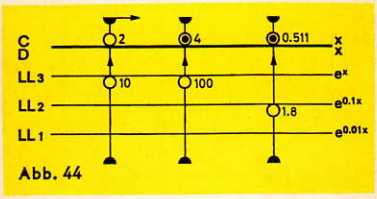


Abb. 44

In der Elektrotechnik ist es häufig erforderlich, die Dezibelzahl N_{db} zu einem gegebenen Spannungsverhältnis zu berechnen: $N_{db} = 20 \cdot \log \dfrac{U_1}{U_2}$.

Alle Logarithmen der Basis 10 können nach Abb. 44 mit dem Faktor 2 multipliziert werden, mit den LL0-Skalen auch die Logarithmen von Werten < 1.

15. Die hyperbolischen Funktionen

Die sinnvolle Anordnung der Exponentialskalen ermöglicht die verhältnismäßig einfache Bildung hyperbolischer Funktionen. Da sich die Potenzwerte mit negativen und positiven Exponenten gegenüberstehen, genügt eine Läuferstellung zur Ablesung von e^{+x} und e^{-x}, woraus sich die hyperbolischen Funktionen leicht errechnen lassen.

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

16. Der Läufer und seine Marken

16.1 Die Marke 36 (nur bei Nr. 870 und 0970)

Der Läufer hat auf der Vorderseite (Abb. 45) rechts oben einen kurzen Strich, der auf den Skalen CF/DF den Wert 36 angibt, wenn der Mittelstrich über dem Anfang der Skalen C/D steht. Auf diese Weise erhält man den Multiplikationsfaktor 36,

wenn man bei beliebiger Läuferstellung von C/D nach CF/DF überwechselt: dadurch bietet der Läufer bequeme Umrechnungen von

1 Stunde = 3600 Sekunden

1 m/s = 3,6 km/h

1° = 3600″

1 Jahr = 360 Tage (für Zinsrechnungen)

1 kWh = $3{,}6 \cdot 10^6$ Joule

$\varkappa_{AL}$ = 36 (Leitwert)

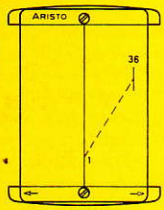


Abb. 45

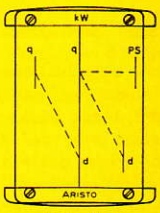


Abb. 46

16.2 Kreisflächen, Gewicht von Flußstahlstangen

Auf der Rückseite des Läufers (Abb. 46) gibt der Abstand vom Mittelwert zum linken oberen und zum rechten unteren kurzen Strich den Faktor $\pi/4 = 0{,}785$ (bezogen auf die Quadratskalen) zur Berechnung von Kreisflächen (Querschnitten) nach der Formel $q = d^2\pi/4$. Steht der mittlere Läuferstrich über dem Durchmesser d auf Skala D, kann der Querschnitt links oben auf Skala A abgelesen werden. Die gleiche Beziehung besteht auch zwischen dem rechten unteren und dem mittleren Strich.
Da der Strichabstand 7,85 gleichzeitig dem spezifischen Gewicht von Flußstahl entspricht, kann anschließend an die Querschnittsberechnung am Mittelstrich das Gewicht von Flußstahlstangen für die Längeneinheit am linken Strich abgelesen werden. Wird der Anfang der Zungenskala B schließlich unter den linken oberen Strich gestellt, so kann durch Verschieben des Läufers das Gewicht für jede beliebige Länge bestimmt werden.
Diese Vereinfachung entfällt bei Nr. 01070, weil infolge der doppelten Basislänge der Faktor $\pi/4$ nur einmal enthalten ist, wenn man von rechts unten nach links oben übergeht.

16.3 Die Marken kW und PS

Der Abstand zwischen dem Mittelstrich und der rechten oberen Marke gibt in den Quadratskalen den Faktor für die Umwandlung von kW in PS und umgekehrt an.
Stellt man z. B. den Mittelstrich auf 20 kW, so gibt die obere rechte Marke 27,2 PS an. Umgekehrt liefert die Einstellung von 7 PS mit der rechten Marke am Mittelstrich 5,15 kW. Für Umrechnungen im Zollsystem gibt es einen Spezialläufer mit der Marke HP. Dieser Läufer ist unter der Bezeichnung L 0970 E erhältlich.
Bei dem 50 cm langen Rechenstab Nr. 01070 steht die Bezeichnung kW an der Marke links oben. Die gleichen Umrechnungen werden mit dieser kW-Marke und der rechten PS-Marke durchgeführt.

16.4 Abnehmen des Läufers

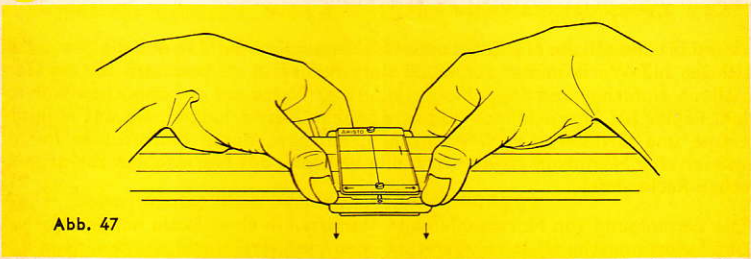


Abb. 47

Die Läuferstriche sind zum Skalenbild justiert, so daß während der Rechnung der Übergang von einer Seite des Rechenschiebers zur anderen möglich ist. Der

Läufer kann zum Zwecke der Reinigung abgenommen werden, ohne daß dabei die Justierung verlorengeht.

16.5 Justieren des Läufers

Falls eine Justierung erforderlich ist, z. B. beim Aufsetzen eines Ersatzläufers, wird der Rechenstab so hingelegt, daß die Läuferseite mit den vier Schrauben oben liegt. Nach Lockerung dieser vier Schrauben mit einem passenden Schraubenzieher wird der Rechenstab umgedreht und der Läuferstrich genau über die Endstriche der Hauptskalen gestellt. Vorsichtig wird der Rechenstab wieder gewendet, ohne den Läufer zu bewegen, und dann bei festgehaltenem Läufer das gelockerte Läuferglas ebenfalls nach den Endmarken ausgerichtet. Danach werden die vier Schrauben wieder angezogen.

17. Der Normzahlen-Maßstab 1364

(nur bei Nr. 0970 und 01070)

17.1 Aufbau der Normzahlen-Skala

Normung und Typisierung sind wichtige Faktoren jeder rationellen Fertigung geworden; damit erlangen die Normzahlen (NZ) in der Technik immer mehr Bedeutung. Die Normzahlen nach DIN 323 sind ausgewählte Werte einer geometrischen Reihe, die auf das dekadische Zahlensystem zugeschnitten sind. Die Zusammenhänge werden beim Betrachten der logarithmischen Teilung D und der dazugehörigen Mantissenskala L sehr deutlich.

Gegenüber den gleichmäßig gestuften Mantissenwerten der Skala L stehen in Skala D die dazugehörigen Numeri. Die Normzahlen nach DIN 323 sind Abrundungen dieser Numeri.

Aus den Skalen L und D entsteht eine NZ-Skala, wenn man die D-Skala fortläßt und die Normzahlen an die entsprechenden Teilstriche der vereinfachten Mantissenskala anschreibt.

Den zehn bezifferten Teilstrichen der oberen Mantissenteilung stehen die Normzahlen der Reihe R 10 gegenüber. Die Aufteilung der Mantissenteilung in 20 gleiche Teile führt zu den Normzahlen der Reihe R 20 und aus 40 gleichen Intervallen wird die Reihe R 40 gebildet.

Neben dem mm-Maßstab sind die NZ-Werte zusätzlich markiert, und zwar die Reihe: R 10 mit Pfeilspitzen, R 20 mit Strichen und R 40 mit Punkten. Damit können NZ-Werte in Zeichnungen abgetragen werden.

17.2 Zweck der NZ-Skala

In erster Linie soll die NZ-Skala eine Gedächtnisstütze sein, so daß die gebräuchlichsten NZ-Werte immer zur Hand sind. Ferner ist sie praktisch für die Herstellung einfacher und doppeltlogarithmischer Netze auf gewöhnlichem kariertem Papier für übersichtliche nomographische Auswertungen. Da das Multiplizieren und Dividieren von Normzahlen mit bzw. durch Normzahlen immer wieder eine Normzahl ergibt, wird eine Netztafel aus Normzahlen zur graphischen Rechentafel.

Die Vereinigung von Normzahlen und Mantissen in einer Skala hat den Vorteil, daß logarithmische Überschlagsrechnungen sehr vereinfacht werden, denn den Normzahlen stehen in der Mantissenskala einfache Logarithmen gegenüber, die leicht im Kopf addiert oder subtrahiert werden können. Durch Hinzufügen der

Kennziffern (wie beim Rechnen mit der Logarithmentafel) erhält man ein im Stellenwert richtiges Ergebnis, das um höchstens 3% ungenau ist, wenn man die Reihe R 40 in die Rechnung einschließt.

In vielen Fällen kann man sich gleichfalls der NZ-Skala bedienen, wenn man großzügig abrundet, z. B. für $\pi = 3{,}15$ oder für $\gamma = 7{,}85$ den Wert $\gamma = 8$ setzt. Die den Normzahlen entsprechenden Mantissen werden aus der über den Normzahlen liegenden Mantissenskala abgelesen. Besondere Aufmerksamkeit ist den Kennziffern zu schenken, da von diesen die Rechensicherheit wesentlich abhängt.

Bei umfangreicheren Formeln ist es vorteilhaft, die Logarithmen beim Ablesen aufzuschreiben, um die Addition nachprüfen zu können. Natürliche Zahlen kleiner als 1 (z. B. 0,8) werden oft besser durch negative Logarithmen ausgedrückt, z. B. $\lg 0{,}8 = -0{,}1$ statt $\lg 0{,}8 = 0{,}9 - 1$.

Die Teilungen L und D erlauben eine genauere logarithmische Rechnung, denn sie bilden eine dreistellige graphische Logarithmentafel.

17.3 Logarithmische Maßstäbe

Für das genauere Auftragen von logarithmischen Skalen oder Netzen befinden sich auf dem NZ-Maßstab logarithmische Teilungen der Basislängen 200 mm, 150 mm, 100 mm, 50 mm und 25 mm. Die Basislängen 125 mm und 250 mm können der Rechenstabzunge entnommen werden.

17.4 Umrechnungsfaktoren für nichtmetrische Einheiten

Beim Studium englischer und amerikanischer Fachbücher bereiten die nichtmetrischen Einheiten große Schwierigkeiten, weil die Beziehungen zum metrischen System oft mühselig in der Literatur gesucht werden müssen. Diese Sucharbeit nehmen die Tabellen des Maßstabes weitgehend ab, weil darauf die wichtigsten Umrechnungsfaktoren zusammengestellt sind. Als Grundlage diente hauptsächlich U. Stille, Messen und Rechnen in der Physik, Verlag Vieweg & Sohn.

17.5 Veröffentlichungen über Normzahlen

Berg, S.: Angewandte Normzahl, Berlin und Köln 1949.

Kienzle, O.: Normungszahlen, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1950.

Tuffentsammer, K., und P. Schumacher: Normzahlen — die einstellige Logarithmentafel des Ingenieurs. Werkstattstech. und Masch.-Bau 43 (1953), S. 156.

Tuffentsammer, K.: Das Dezilog, eine Brücke zwischen Logarithmen, Dezibel, Neper und Normzahlen. VDI-Zeitschrift 98 (1956), S. 267/74.

Strahringer, W.: Zauberwelt der Normzahlen, Verlags- und Wirtschaftsgesellschaft der Elektrizitätswerke m. b. H. VWEW, Frankfurt a. M. 1952.

18. Behandlung des ARISTO-Rechenstabes

Der Rechenstab ist ein wertvolles Rechenhilfsmittel und braucht eine pflegliche Behandlung. Die Skalen und der Läufer sind vor Verschmutzung und Kratzern zu schützen, damit die Ablesegenauigkeit nicht beeinträchtigt wird.

Es empfiehlt sich, den Rechenstab von Zeit zu Zeit mit dem Spezialreinigungsmittel DEPAROL zu reinigen und trocken nachzupolieren. Keinesfalls dürfen irgendwelche Chemikalien verwendet werden, da diese die Teilung zerstören können.

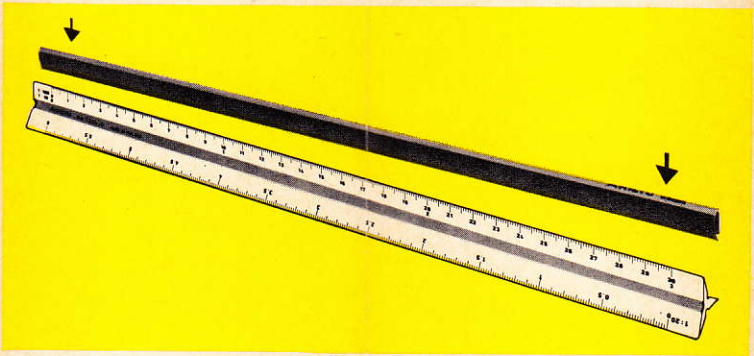
Der Rechenstab ist vor Lagerung an heißen Plätzen, z. B. auf Heizkörpern oder in praller Sonne, zu schützen, da bei höheren Hitzegraden als etwa 60° C Verformungen auftreten können. Für derartig beschädigte Rechenstäbe wird kein Ersatz geleistet.

ARISTO

ARISTO-Dreikant-Maßstäbe mit Griffleiste

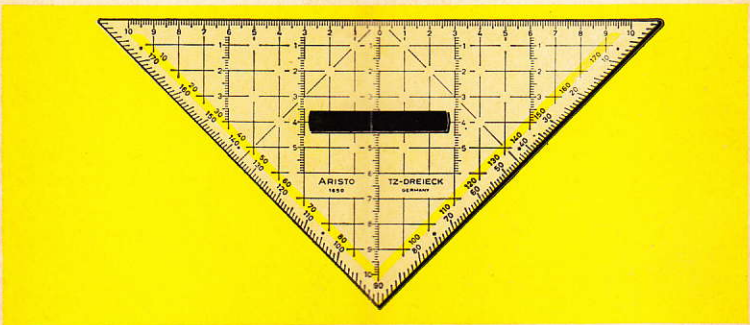
Bei allen ihren Vorzügen wiesen Dreikant-Maßstäbe bisher einen Nachteil auf. Nimmt man sie zur Hand, so wird viel Zeit damit verbracht, durch Drehen und Wenden die gewünschte Teilung zu finden. Dieses Problem hat ARISTO erfolgreich gelöst.

ARISTO-Dreikant-Maßstäbe erhalten ohne Mehrpreis eine durchgehende, aufsteckbare und zweifarbige Griffleiste, die auf einen Blick die gesuchte Teilung erkennen läßt. Die sanfte Wölbung der Griffleiste „entschärft" auch die obenliegende Facette, deren Kante sich beim Arbeiten unangenehm in die Hand drückt.



ARISTO-TZ-Dreieck

Das praktische Zeichendreieck mit den unerschöpflichen Anwendungsmöglichkeiten wird aus unzerbrechlichem, maßbeständigem und transparentem ARISTOPAL gefertigt. Millimeter-Teilungen senkrecht zur Hypotenuse und das 1-cm-Gitternetz erleichtern das Schraffieren, das Zeichnen von Parallelen, symmetrischen Figuren, rechten Winkeln sowie das Auftragen und Ablesen rechtwinkliger Koordinaten. Die Winkelteilung ist in 360° oder 400ᵍ lieferbar.



ARISTO-PRODUKTIONSPROGRAMM

Rechenstäbe · Rechenscheiben · Maßstäbe · Zeichengeräte
Planimeter · Schichtgravurgeräte
Manuelle und numerisch gesteuerte Koordinatographen

Verlangen Sie von Ihrem Fachhändler unsere ausführlichen Einzelprospekte

ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG
2 HAMBURG 50