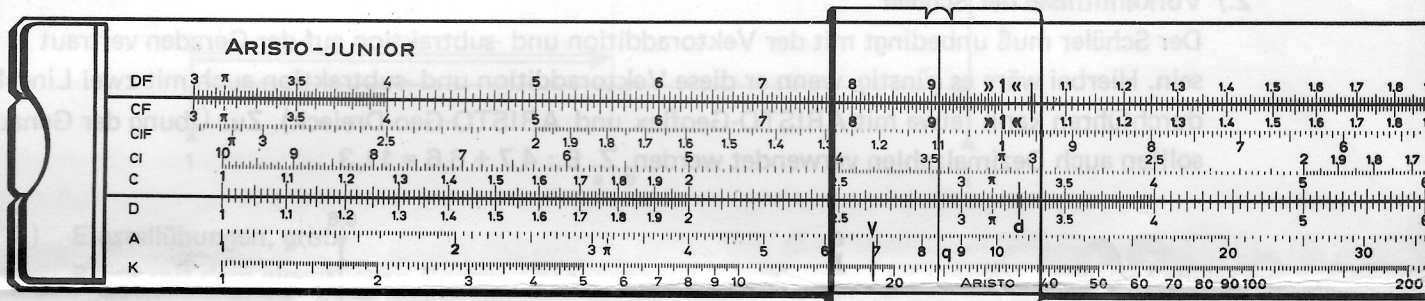


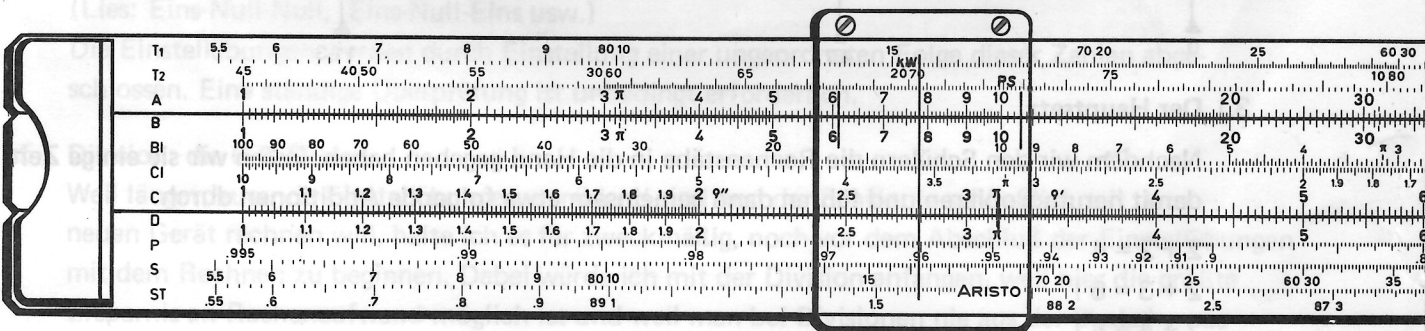
Einführung des Rechenstabes in der dritten Klasse der allgemeinbildenden höheren Schulen

Von E. Szirucsek

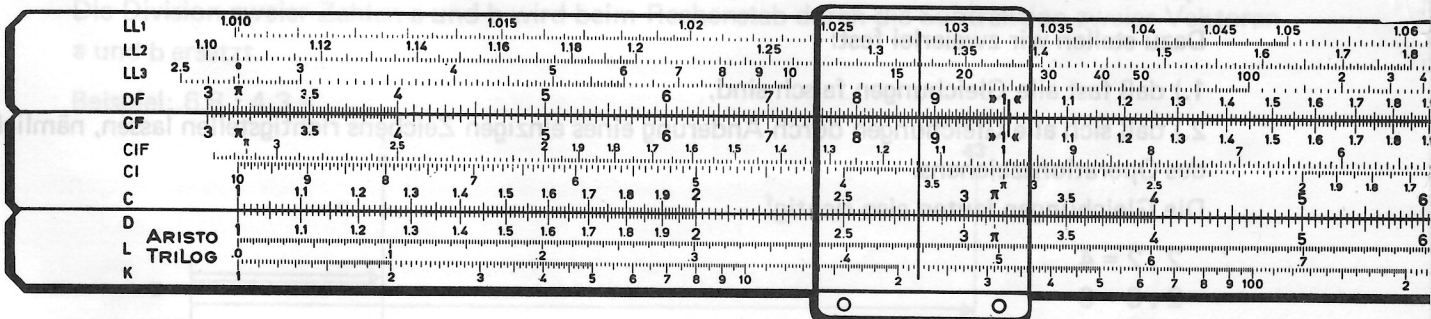
mit den Rechenstäben ARISTO-Junior, ARISTO-BiScholar, ARISTO-TriLog



ARISTO-Junior



ARISTO-TriLog Vorderseite



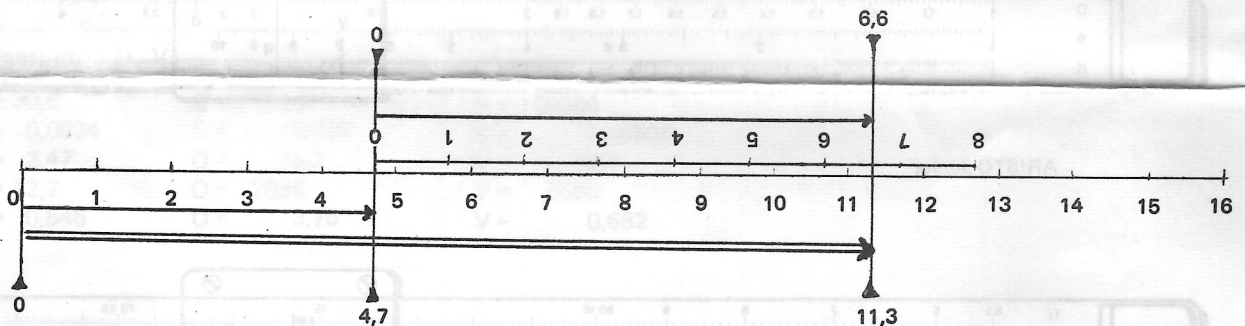
ARISTO-TriLog Rückseite

1.) Einleitung

Der Gebrauch des Rechenstabes ist nach den neuen österreichischen Lehrplänen Lehrstoff der dritten Klasse der allgemeinbildenden höheren Schulen. So erfreulich es ist, daß diese rein mechanische Fertigkeit schon so früh durchgenommen wird, so wird gerade deshalb der Verzicht auf Logarithmen und Proportionen erzwungen. Um trotzdem einen gangbaren Weg der Einführung zu finden, überlegen wir kurz das Wesen des Rechnens mit Logarithmen. Es besteht darin, daß die Logarithmusfunktion einen Isomorphismus der Gruppe $(R^+, \cdot)$ auf die Gruppe $(R, +)$ liefert. Andererseits besteht aber auch ein Isomorphismus zwischen $(R, +)$ und $(V_g, \oplus)$, wo V_g die Menge der Vektoren der Zahlengeraden und $\oplus$ die additive Verknüpfung dieser Vektoren ist. Dann existiert aber auch ein Isomorphismus zwischen $(R^+, \cdot)$ und $(V_g, \oplus)$. Auf letzterem beruht das Rechnen mit dem Rechenstab. Es gilt also, diesen Isomorphismus (ohne Nennung dieses Wortes) dem Schüler nahezubringen. Der Altersstufe angemessen, wird dies induktiv erfolgen. Den österreichischen Lehrplänen entsprechend wird die Einführung des Rechenstabes in enger Verbindung mit dem Geometrielehrstoff erfolgen. Dies hat den Vorteil, daß die zur Einführung des Rechenstabes aufgewendete Zeit, die nicht gering zu veranschlagen ist, später zum Teil wieder hereingebracht wird.

2.) Vorkenntnisse der Schüler

Der Schüler muß unbedingt mit der Vektoraddition und -subtraktion auf der Geraden vertraut sein. Hierbei wäre es günstig, wenn er diese Vektoraddition und -subtraktion auch mit zwei Linealen durchführen kann (etwa mit ARISTO-Geoflex und ARISTO-Geo-Dreieck). Zur Übung der Genauigkeit sollten auch Dezimalzahlen verwendet werden. Z. B.: $4,7 + 6,6 = 11,3$



3.) Der Hauptsatz

Nachdem wir den Schülern die Rechenstäbe in die Hand gegeben haben, lassen wir sie einige Zeit damit herumprobieren und führen dann gemeinsam etwa folgende Additionen durch:

$$2 + 2 = 4$$

$$2 + 3 = 6 !$$

$$2 + 4 = 8 !$$

$$3 + 3 = 9 !$$

$$1,5 + 2 = 3 !$$

Dazu stellen wir zweierlei fest:

1.) daß fast alle Gleichungen falsch sind,

2.) daß sich alle Gleichungen durch Änderung eines einzigen Zeichens richtigstellen lassen, nämlich des Operationszeichens.

Die Gleichungen lauten also richtig:

$$2 \cdot 2 = 4$$

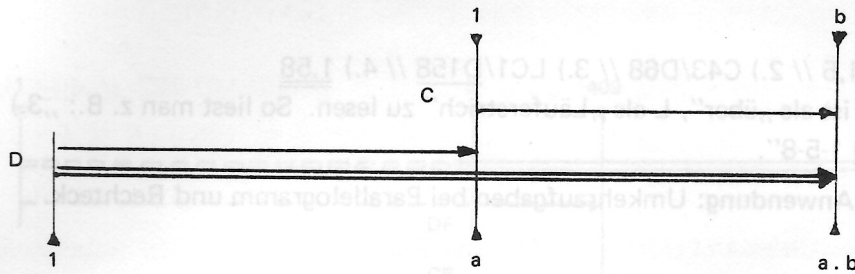
$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

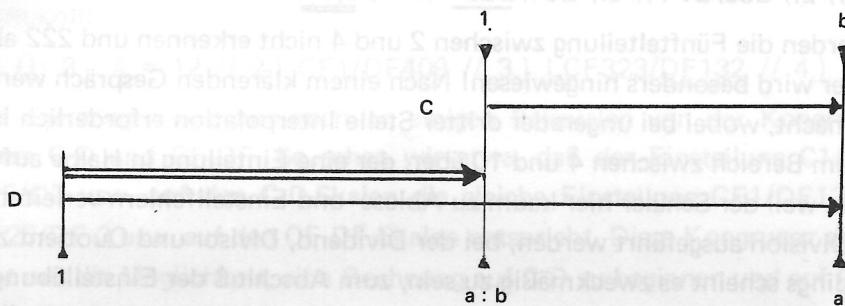
$$3 \cdot 3 = 9$$

$$1,5 \cdot 2 = 3$$

Wir erkennen dadurch, daß der Rechenstab eine Multiplikationsmaschine ist und erhalten folgenden **Grundsatz**: Die Multiplikation zweier Zahlen a und b wird beim Rechenstab durch die Addition zweier Vektoren a und b ersetzt.



Sehr leicht ergibt sich daraus (Schülergespräch, Umkehrung) der **Satz**: Die Division zweier Zahlen a und b wird beim Rechenstab durch die Subtraktion zweier Vektoren a und b ersetzt.



4.) Einstellübungen, grob

Bevor mit dem eigentlichen Rechnen begonnen wird, erscheint es erforderlich, daß der Schüler zunächst die C-D-Skalen kennenlernt:

a) einstellig: 1, 2; ...; 9; 10;

b) zweistellig: 1,1; 1,2; 1,3; ...; 1,9; 2,0; ... 9,8; 9,9; 10,0;

c) dreistellig im Bereich mit Dezimalteilung: 1,00; 1,01; 1,02; ...; 1,98; 1,99; 2,00.

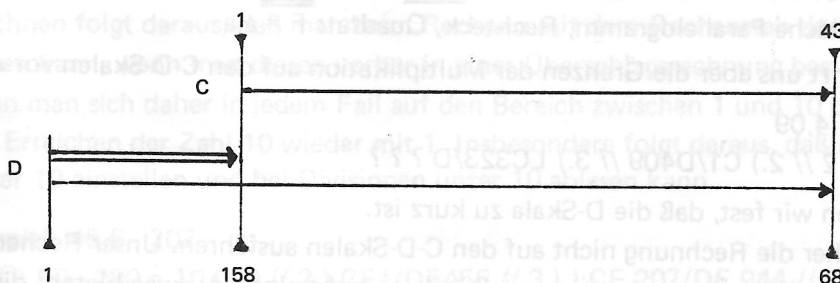
(Lies: Eins-Null-Null, Eins-Null-Eins usw.)

Die Einstellübungen werden durch Einstellung einer ungeordneten Folge dieser Zahlen abgeschlossen. Eine ständige Überprüfung ist unbedingt erforderlich.

5.) Division: die C-D-Skalen

Weil längerdauernde Einstellübungen ermüdend sind und der Schüler ja schließlich mit dem neuen Gerät rechnen will, halte ich es für zweckmäßig, noch vor dem Abschluß der Einstellübungen mit dem Rechnen zu beginnen. Dabei würde ich mit der Division anfangen, weil hier die größte Ersparnis an Rechenaufwand möglich ist und weil man bei Divisionen nie aus der Skala herauskommt. Zunächst schränke ich Dividend und Divisor auf zweistellige Zahlen ein, die zwischen 1 und 10 liegen, außerdem soll der Quotient zwischen 1 und 2 liegen. Prinzip ist der vorhin genannte Satz: Die Division zweier Zahlen a und b wird beim Rechenstab durch die Subtraktion zweier Vektoren a und b ersetzt.

Beispiel: $6,8 : 4,3 =$



Ich glaube, es ist sehr wichtig, daß man die Schüler schon hier an Protokolle gewöhnt. Zumindest ebenso wichtig ist es aber auch, stets eine Überschlagsrechnung durchzuführen. Diese ermöglicht es, den Stellenwert der Zahlen im übrigen Rechengang außer Betracht zu lassen.

Protokoll:

1.) Ü: $6 : 4 = 1,5$ // 2.) C43/D68 // 3.) LC1/D158 // 4.) 1,58

Erläuterung: / ist als „über“, L als „Läuferstrich“ zu lesen. So liest man z. B.: „3.) Läuferstrich auf C 1 über D 1-5-8“.

Geometrische Anwendung: Umkehraufgaben bei Parallelogramm und Rechteck.

6.) Einstellübungen fein

Ein Beispiel führt die Feineinstellungen aus dem Bereich zwischen 1 und 2 heraus:

$7,4 : 3,3 =$

1.) Ü: $7 : 3 = 2$ // 2.) C33/D74 // 3.) LC1/D224 // 4.) 2,24.

Viele Schüler werden die Fünftelteilung zwischen 2 und 4 nicht erkennen und 222 ablesen. Auf diesen Fehler wird besonders hingewiesen! Nach einem klärenden Gespräch werden Einstellübungen gemacht, wobei bei ungerader dritter Stelle Interpolation erforderlich ist. Schließlich geht man zum Bereich zwischen 4 und 10 über, der eine Einteilung in Halbe aufweist. Er ist unproblematisch, weil der Schüler hier kaum zu Ablese- und Einstellfehlern verleitet wird. Nun kann jede Division ausgeführt werden, bei der Dividend, Divisor und Quotient zwischen 1 und 10 liegen. Allerdings scheint es zweckmäßig zu sein, zum Abschluß der Einstellübungen einen Fehler zu provozieren, der sehr häufig gemacht wird: der Schüler übersieht sehr gerne die Null zwischen zwei von Null verschiedenen Ziffern.

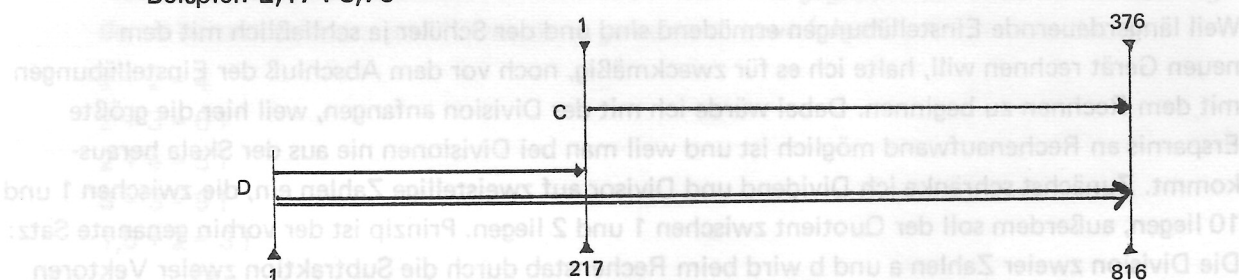
Beispiel: $9,8 : 3,2$

1.) Ü: $10 : 3 = 3$ // 2.) C32/D98 // 3.) LC1/D306 4.) 3,06. Es wird häufig 36 abgelesen!

7.) Multiplikation: die CF-DF-Skalen

Auch hier beschränkt man sich zunächst auf den Fall, daß sowohl beide Faktoren als auch das Produkt zwischen 1 und 10 liegen. Wir können sofort mit Beispielen beginnen, wenn wir den Hauptsatz wiederholt haben: Die Multiplikation zweier Zahlen a und b wird beim Rechenstab durch die Addition zweier Vektoren a und b ersetzt.

Beispiel: $2,17 \cdot 3,76$



Protokoll:

1.) Ü: $2 \cdot 4 = 8$ // 2.) C1/D217 // 3.) LC376/D816 // 4.) 8,16

Anwendung: Fläche Parallelogramm, Rechteck, Quadrat: $F = a \cdot a$

Ein Beispiel führt uns aber die Grenzen der Multiplikation auf den C-D-Skalen vor Augen:

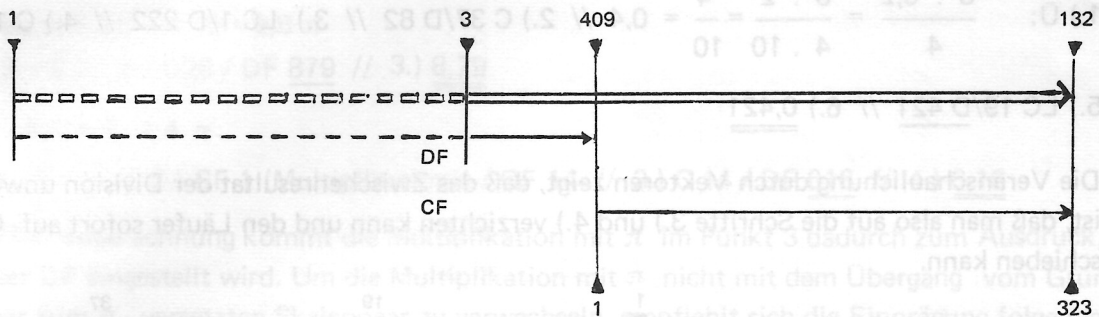
Beispiel: $3,23 \cdot 4,09$

1.) Ü: $3 \cdot 4 = 12$ // 2.) C1/D409 // 3.) LC323/D ???

Zunächst stellen wir fest, daß die D-Skala zu kurz ist.

Wir können daher die Rechnung nicht auf den C-D-Skalen ausführen. Unser Rechenstab wäre aber ein sehr unvollkommenes Instrument, würde er nicht einen Ausweg bieten: die CF-DF-Skalen.

Diese sind ebenso ein Ausschnitt der Zahlengerade wie die C-D-Skalen, allerdings beginnen sie bei 3, d. h. daß man sich den Bereich zwischen 1 und 3 vorne ergänzt denken muß. Auf ihnen sieht unser Beispiel folgendermaßen aus:



Protokoll:

1.) $\bar{U}: 3 \cdot 4 = 12$ // 2.) CF1/DF409 // 3.) LCF323/DF132 // 4.) 13,2.

Wir überzeugen uns nun noch an einigen Beispielen von der Kongruenz der beiden Skalenpaare C-D und CF-DF. So sehen wir etwa, daß der Einstellung C1/D12 // C15/D18 // C2/D24 // C25/D3 usw. auf den C-D-Skalen die gleiche Einstellung CF1/DF12 // CF15/DF18 // CF2/DF24 // CF25/DF 3 usw. auf den CF-DF-Skalen entspricht. Diese Kongruenz der beiden Skalenpaare gibt uns die Möglichkeit, eine Rechnung auf C-D zu beginnen und auf CF-DF fortzusetzen, und umgekehrt.

Wir erläutern dies am obigen Beispiel:

1.) $\bar{U}: 3 \cdot 4 = 12$ // 2.) CF1/DF409 // 3.) LC323/D132 // 4.) 13,2

oder

1.) $\bar{U}: 3 \cdot 4 = 12$ // 2.) C1/D409 // 3.) LCF323/DF132 // 4.) 13,2.

Für das praktische Rechnen ist es wichtig, daß man Multiplikationen prinzipiell auf den CF-DF-Skalen beginnt, weil dann auf das so unangenehme Durchschieben der Zunge verzichtet werden kann.

8.) Multiplikation und Division beliebiger Zahlen

Wir betrachten die CF- oder DF-Skala und stellen fest, daß auf diesen Skalen nach der Zahl 9 an Stelle der Zahl 10 die Zahl 1 steht. Um dies zu erklären, machen wir folgende Hilfsüberlegung.

Wir berechnen ohne Rechenstab:

3,5	.	2,1	=	7,35
35	.	2,1	=	73,5
350	.	2,1	=	735
3500	.	21	=	73500
0,35	.	210	=	73,5 usw.

Dieses Beispiel erläutert folgenden **Satz**: Haben in zwei Produkten entsprechende Faktoren die gleiche Ziffernfolge, so haben auch die Produkte die gleiche Ziffernfolge. Für das praktische Rechnen folgt daraus, daß man beim Rechnen mit dem Rechenstab den Stellenwert außer acht lassen kann, wenn man diesen vorher in einer Überschlagsrechnung bestimmt hat. Am Rechenstab kann man sich daher in jedem Fall auf den Bereich zwischen 1 und 10 beschränken und beginnt bei Erreichen der Zahl 10 wieder mit 1. Insbesondere folgt daraus, daß man bei Multiplikationen unter 10 einstellen und bei Divisionen unter 10 ablesen kann.

Beispiel: $45,6 \cdot 207$

1.) $\bar{U}: 50 \cdot 200 = 10\,000$ // 2.) CF1/DF456 // 3.) LCF 207/DF 944 // 4.) 9440.

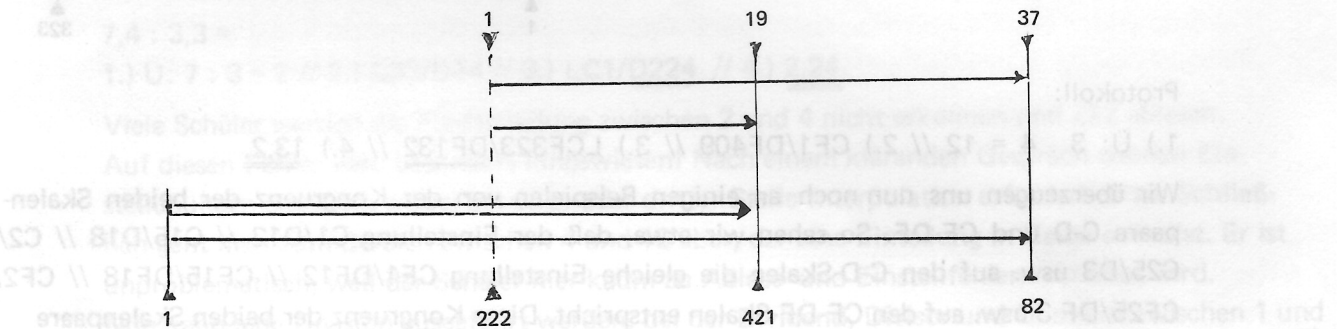
9.) Zusammengesetzte Multiplikation und Division

Beispiel: $\frac{8,2 \cdot 0,19}{3,7} = (8,2 : 3,7) \cdot 0,19$

1.) Ü: $\frac{8 \cdot 0,2}{4} = \frac{8 \cdot 2}{4 \cdot 10} = \frac{4}{10} = 0,4$ // 2.) C 37/D 82 // 3.) LC 1/D 222 // 4.) C 1/D 222 //

5.) LC 19/D 421 // 6.) 0,421

Die Veranschaulichung durch Vektoren zeigt, daß das Zwischenresultat der Division unwichtig ist, daß man also auf die Schritte 3.) und 4.) verzichten kann und den Läufer sofort auf C 19 schieben kann.



Also:

1.) Ü: $\frac{8 \cdot 0,2}{4} = \frac{8 \cdot 2}{4 \cdot 10} = \frac{4}{10} = 0,4$ // 2.) C 37/D 82 // 3.) LC 19/D 421 // 4.) 0,421

Hier zeigt sich ein großer Vorteil des Rechenstabes! Es empfiehlt sich, bei der ersten Einstellung die C-D-Skalen oder die CF-DF-Skalen zu verwenden. Die Wahl richtet sich danach, daß gewährleistet wird, daß die 1 der CF-Skala nicht über den beschrifteten Teil der DF-Skala reicht. Das lästige Durchschieben der Zunge läßt sich dadurch vermeiden.

Beispiele:

I: $\frac{53,2 \cdot 0,508}{0,124} =$

1.) Ü: $\frac{50 \cdot 0,5}{0,1} = \frac{50 \cdot 5 \cdot 10}{10 \cdot 1} = 250$ // 2.) CF 124/DF 532 // 3.) C 508/D 218 // 4.) 218

II: $\frac{3,57 \cdot 40,3}{0,164} =$

1.) Ü: $\frac{4 \cdot 40}{0,2} = \frac{4 \cdot 40 \cdot 10}{2} = 800$ // 2.) C 164/D 357 // 3.) C 403/D 877 // 4.) 877

Im ersten Beispiel muß auf dem CF-DF-Skalenpaar, im zweiten Beispiel auf dem C-D-Skalenpaar begonnen werden, damit die 1 der CF-Skala nicht über DF hinausreicht.

Anwendung: Flächenberechnung an Dreiecken, Raute, Trapez, Umkehraufgaben bei diesen Figuren.

10.) Multiplikation mit π

Während wir uns bisher mit Einstellungen von C über D oder CF über DF befaßten, wollen wir uns nun mit Übergängen von einer der Grundskalen C oder D auf eine π -versetzte Skala CF oder DF

beschäftigen. Diese Übergänge bedeuten eine Multiplikation mit π , weil über jeder Zahl auf D (C) das Produkt dieser Zahl mit π auf DF (CF) angeordnet ist. Damit läßt sich der Umfang des Kreises nach der Formel $u = d \cdot \pi$ und bei Verwendung des bisher zur Multiplikation Gesagten auch die Fläche des Kreises $F = r^2 \cdot \pi = r \cdot r \cdot \pi$ sehr einfach berechnen.

Geg.: Kreis, $d = 2,8 \text{ cm}$ $u = 2,8 \pi$

1.) Ü: $3.3 = 9$ // 2.) D28 / DF 879 // 3.) 8,79

$r = 1,4$ $F = 1,4 \cdot 1,4 \cdot \pi$

1.) Ü: $12 \cdot 3 = 3$ // 2.) CF 1 (Multiplikation!) / DF 14 // 3.) C 14 / DF 616 // 4.) 6,16

Bei der Flächenberechnung kommt die Multiplikation mit π im Punkt 3 dadurch zum Ausdruck, daß C über DF eingestellt wird. Um die Multiplikation mit π nicht mit dem Übergang vom Grundskalenspaar zum π -versetzten Skalenspaar zu verwechseln, empfiehlt sich die Einprägung folgender **Merkregel**: Tritt in einem Abschnitt des Protokolls genau ein F auf, so bedeutet dies eine Multiplikation oder Division mit π .

Weitere geometrische **Anwendungen**: Mantel des Kegels, Länge des Kreisbogens sowie (bei zweimaliger Zungeneinstellung) Fläche des Kreissektors.

11.) Produkte von drei Faktoren: die inversen Skalen CI und CIF

Eine Einführung der inversen Skala kann bereits erfolgen, wenn das inverse Element der Multiplikation besprochen wird. Es wird dort auch folgender Satz besprochen: Ist a^+ invers zu a , so ist a invers zu a^+ . Nun ist die CI- bzw. CIF-Skala dadurch gekennzeichnet, daß sie zur C-bzw. CF-Skala kongruent ist, aber entgegengesetzte Ableserichtung aufweist. Der oben angeführte Satz stellt sich am Rechenstab nun dadurch dar, daß auch die Ableserichtung von C bzw. CF entgegengesetzt zu der von CI bzw. CIF ist. Hieraus ergibt sich, daß das inverse Element $\frac{1}{a}$ zu a auf zwei Arten gefunden werden kann:

1.) Einstellen von a auf C (CF) gibt $\frac{1}{a}$ auf CI (CIF)

2.) Einstellen von a auf CI (CIF) gibt $\frac{1}{a}$ auf C (CF).

Wir suchen das inverse Element aus rechentechnischen Gründen prinzipiell mit Hilfe der zweiten Art.

Beispiel: $1 : 3,24$

1.) Ü: $1 : 3 = 0,3$ // 2.) CI 324 / C 309 // 3.) 0,309.

Wir zeigen den Vorteil, den die inverse Skala bietet, indem wir das Produkt dreier Faktoren zunächst ohne und anschließend mit Verwendung der inversen Skala berechnen.

Beispiel: $2,85 \cdot 2,64 \cdot 6,79$

1.) Ü: $3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$ // 2.) CF 1 / DF 285 // 3.) C 264 / Da // 4.) C 1 / Da // 5.) C 679 / D geht nicht, Rückschlag! // 6.) C 10 / Da // 7.) C 679 / D 510 // 8.) 51,0.

Nun verwenden wir die inverse Skala, wobei wir bedenken, daß $x = \frac{1}{\frac{1}{x}}$ und somit $a \cdot b \cdot c = \frac{a \cdot c}{\frac{1}{b}}$ ist.

Wir wollen durch $\frac{1}{b}$ dividieren. Daher müssen wir nach dem oben Gesagten b auf der inversen Skala CI (CIF) einstellen, um $\frac{1}{b}$ auf der C-(CF-) Skala zu erhalten. Also: $2,85 \cdot 2,64 \cdot 6,79 = \frac{2,85 \cdot 6,79}{\frac{1}{2,64}}$

1.) Ü: $3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$ // 2.) CI 264 / D 285 // 3.) L C 679 / D 510 // 4.) 51,0.

Anwendung: Volumen von Würfel, Quader, Prisma, Mantel der quadratischen Pyramide.

Berücksichtigt man, daß dem Schüler auch die Multiplikation mit π vertraut sein muß, so erhält man folgende weitere **Anwendungen**: Volumen des Zylinders, Mantel und Oberfläche des Zylinders, Oberfläche der Kugel.

Beispiel: geg.: Zylinder, $r = 63,7$; $h = 32,3$, ges.: V

$$V = r^2 \pi h = \frac{r \cdot (\pi h)}{\frac{1}{r}}$$

1.) $\ddot{U}: 60^2 \cdot 3 \cdot 30 = 324\ 000$ // 2.) CIF 637/DF 637 // 3.) C 323/DF 412 // 4.) 412 000.

Beim Volumen der Pyramide, des Kegels und der Kugel ist eine weitere Einstellung der Zunge Z erforderlich.

Beispiel: geg.: Kugel, $r = 3,5$; ges.: V

$$V = \frac{4 r^3 \pi}{3} = \frac{r \cdot r \pi \cdot 4}{\frac{1}{r} \cdot 3}$$

1.) $\ddot{U}: \frac{4 \cdot 4^3 \cdot 3}{3} = 256$ // 2.) CI 35/D 35 // 3.) LC 35/DF a // 4.) Z CF 3/DF a //

5.) L C 4/D 18 // 6.) 180

12.) Lehrsatz des PYTHAGORAS: die A-Skala

Über der D-Skala sind die Quadrate der auf ihr befindlichen Zahlen auf der A-Skala angeordnet. Der Übergang von D auf A bedeutet somit ein Quadrieren, der Übergang von A auf D das Quadratwurzelnziehen. Bei letzterem müssen die Zahlen vorher in Zweiergruppen eingeteilt werden. Je nachdem, ob die erste Zifferngruppe einstellig oder zweistellig ist, stellt man auf der linken oder rechten Seite der A-Skala ein.

Beispiele: $\sqrt{2\ 4\ 6\ 3\ 0}$

1.) $\ddot{U}: \sqrt{24000} = 150$ // 2.) AI 246/D 157 // 3.) 157

$\sqrt{2\ 4\ 6\ 3}$

1.) $\ddot{U}: \sqrt{2400} = 50$ // 2.) Ar 246 / D 496 // 3.) 49,6

Beispiele zum Lehrsatz des PYTHAGORAS werden nun durch zweimaliges Quadrieren, Addieren bzw. Subtrahieren sowie Wurzelziehen durchgeführt. Damit ist eine gute Übung des Quadrierens und Quadratwurzelnziehens am Rechenstab gewährleistet. Dies scheint mir wesentlich wichtiger zu sein als die Besprechung des Spezialverfahrens, das ja i. a. nur von den wenigsten Schülern verstanden wird.

AUFGABENSAMMLUNG

ad 5) Division: die C-D-Skalen

ohne Interpolation

1) $6,6 : 5,5 = 1,2$	11) $9,6 : 4,9 = 1,96$
2) $9,7 : 5,7 = 1,7$	12) $8,8 : 5,4 = 1,63$
3) $4,2 : 3 = 1,4$	13) $2,3 : 1,9 = 1,21$
4) $5 : 2,7 = 1,85$	14) $9,8 : 9,6 = 1,02$
5) $8,5 : 6,3 = 1,35$	15) $4,5 : 2,6 = 1,73$
6) $5,7 : 3,7 = 1,54$	16) $7,7 : 5,2 = 1,48$
7) $6,5 : 5,7 = 1,14$	17) $3,1 : 2,2 = 1,41$
8) $8,7 : 4,6 = 1,89$	18) $6,7 : 6,2 = 1,08$
9) $6,1 : 4,8 = 1,27$	19) $2,1 : 1,2 = 1,75$
10) $4,1 : 3,9 = 1,05$	20) $8,9 : 5,3 = 1,68$

mit Interpolation: Abrunden

21) $9,3 : 8,2 = 1,13$	26) $6,5 : 4,3 = 1,51$
22) $9,2 : 6,6 = 1,39$	27) $8,9 : 4,7 = 1,89$
23) $2,5 : 1,6 = 1,56$	28) $5,9 : 4,2 = 1,40$
24) $8,6 : 4,5 = 1,91$	29) $7,2 : 6,7 = 1,07$
25) $7,1 : 5,8 = 1,22$	30) $9,3 : 8,9 = 1,04$

mit Interpolation: Aufrunden

31) $5,1 : 3,5 = 1,46$	36) $7,6 : 4,3 = 1,77$
32) $8,3 : 6,5 = 1,28$	37) $4,1 : 2,7 = 1,52$
33) $9,7 : 6,8 = 1,43$	38) $8,3 : 5,2 = 1,60$
34) $9,1 : 5,3 = 1,72$	39) $1,4 : 1,3 = 1,08$
35) $4,7 : 2,4 = 1,96$	40) $9,1 : 8,7 = 1,05$

ad 6) Einstellübungen fein

Bereich zwischen 2 und 4

ohne Interpolation

41) $4,6 : 1,9 = 2,42$	46) $7,4 : 2,5 = 2,96$
42) $8,8 : 2,7 = 3,26$	47) $6,8 : 1,9 = 3,58$
43) $7,1 : 2,1 = 3,38$	48) $8,6 : 2,3 = 3,74$
44) $9,5 : 3,6 = 2,64$	49) $7,9 : 3,8 = 2,08$
45) $9,8 : 4,3 = 2,28$	50) $7,6 : 2,5 = 3,04$

mit Interpolation

51) $7,2 : 2,3 = 3,13$	56) $6,4 : 2,7 = 2,37$
52) $8,7 : 3,9 = 2,23$	57) $7,2 : 1,9 = 3,79$
53) $7,8 : 2,9 = 2,69$	58) $9,9 : 3,4 = 2,91$
54) $6,5 : 1,8 = 3,61$	59) $4,6 : 2,2 = 2,09$
55) $3,9 : 1,2 = 3,25$	60) $9,7 : 3,2 = 3,03$

dreistellige Dividenten und Divisoren

61) $3,35 : 1,05 = 3,19$	66) $2,61 : 1,19 = 2,19$
62) $3,37 : 1,13 = 2,98$	67) $3,67 : 1,53 = 2,40$
63) $2,97 : 2,39 = 1,24$	68) $3,91 : 1,21 = 3,23$
64) $3,86 : 2,01 = 1,92$	69) $3,03 : 2,07 = 1,46$
65) $3,55 : 1,33 = 2,67$	70) $3,01 : 1,46 = 2,06$

Bereich zwischen 4 und 10

ohne Interpolation

71) $8,7 : 1,2 = 7,25$	74) $6,8 : 1,6 = 4,25$
72) $9,2 : 1,6 = 5,75$	75) $9,6 : 1,9 = 5,05$
73) $7,4 : 1,7 = 4,35$	

mit Interpolation

76) $9,4 : 2,2 = 4,27$	81) $9,8 : 1,3 = 7,54$
77) $9,6 : 1,4 = 6,86$	82) $8,6 : 1,2 = 7,17$
78) $8,8 : 1,7 = 5,18$	83) $9,1 : 1,1 = 8,27$
79) $9,9 : 2,1 = 4,71 (2)$	84) $9,7 : 2,4 = 4,04$
80) $9,5 : 1,7 = 5,59$	85) $7,1 : 1,4 = 5,07$

dreistellige Dividenten und Divisoren

86) $7,12 : 1,49 = 4,78$	91) $8,33 : 4,42 = 1,88 (9)$
87) $9,34 : 4,77 = 1,96$	92) $7,47 : 1,33 = 5,62$
88) $6,79 : 5,91 = 1,15$	93) $8,28 : 1,36 = 6,09$
89) $6,84 : 1,26 = 5,43$	94) $9,01 : 6,06 = 1,49$
90) $9,96 : 1,22 = 8,16$	95) $7,09 : 1,74 = 4,07 (8)$

vermischte Aufgaben

96) $7,17 : 2,55 = 2,81$	106) $8,83 : 4,16 = 2,12$
97) $9,72 : 2,17 = 4,48$	107) $5,16 : 3,27 = 1,58$
98) $7,26 : 1,93 = 3,76$	108) $8,13 : 3,64 = 2,23$
99) $6,39 : 2,62 = 2,44$	109) $7,78 : 5,61 = 1,39$
100) $9,92 : 3,33 = 2,98$	110) $5,74 : 3,83 = 1,50$
101) $8,71 : 1,83 = 4,76$	111) $6,96 : 3,13 = 2,22$
102) $9,24 : 4,29 = 2,15$	112) $2,93 : 2,23 = 1,31$
103) $5,38 : 4,63 = 1,16$	113) $6,38 : 1,47 = 4,34$
104) $6,71 : 5,27 = 1,27$	114) $8,02 : 2,63 = 3,05$
105) $7,07 : 2,31 = 3,06$	115) $3,03 : 1,03 = 2,94$

ad 7) Multiplikation: die CF-DF-Skalen

Bereich zwischen 1 und 10

116) $2,25 \cdot 3,53 = 7,94$	126) $7,28 \cdot 1,18 = 8,59$
117) $3,91 \cdot 2,34 = 9,15$	127) $2,74 \cdot 2,33 = 6,38 (9)$
118) $2,67 \cdot 1,49 = 3,98 +$	128) $4,27 \cdot 2,17 = 9,27 (6)$
119) $4,28 \cdot 1,69 = 7,23$	129) $5,96 \cdot 1,33 = 7,93$
120) $1,52 \cdot 3,52 = 5,35 +$	130) $1,19 \cdot 6,86 = 8,16$
121) $6,28 \cdot 1,58 = 9,92$	131) $1,78 \cdot 3,78 = 6,73 +$
122) $2,75 \cdot 2,13 = 5,86$	132) $5,18 \cdot 1,54 = 7,98$
123) $2,57 \cdot 3,48 = 8,94$	133) $3,76 \cdot 2,11 = 7,93$
124) $1,08 \cdot 3,72 = 4,02$	134) $1,24 \cdot 3,24 = 4,02 +$
125) $3,03 \cdot 3,06 = 9,27$	135) $2,72 \cdot 3,34 = 9,08 (9)$

Überschreiten der Zahl 10

Einstellen auf CF-DF, Ablesen auf C-D

136) $3,94 \cdot 3,94 = 15,5$	141) $1,92 \cdot 2,92 = 5,61 +$
137) $6,16 \cdot 3,88 = 23,9$	142) $5,28 \cdot 5,46 = 28,8 +$
138) $1,67 \cdot 4,31 = 7,20$	143) $7,28 \cdot 3,92 = 28,5$
139) $4,73 \cdot 3,63 = 17,2 +$	144) $2,48 \cdot 2,84 = 7,04$
140) $6,78 \cdot 4,39 = 29,8 +$	145) $5,02 \cdot 4,04 = 20,3$

+) Sollten falsche Resultate auftreten, so empfiehlt es sich, zu überprüfen, ob die Fünftelteilung als solche erkannt wurde.

Einstellen auf CF-DF, Ablesen ebenfalls auf CF-DF

146) $2,57 \cdot 8,42 = 21,6$	151) $9,33 \cdot 2,37 = 22,1$
147) $7,37 \cdot 1,84 = 13,6$	152) $1,93 \cdot 6,46 = 12,5$
148) $2,98 \cdot 9,17 = 27,3$	153) $6,53 \cdot 6,35 = 41,5$
149) $4,54 \cdot 2,93 = 13,3$	154) $2,03 \cdot 5,07 = 10,3$
150) $2,56 \cdot 5,61 = 14,4$	155) $4,76 \cdot 2,12 = 10,1$

ad 8) Multiplikation und Division beliebiger Zahlen

Multiplikation

156) $0,0273 \cdot 7,64 = 0,209 (8)$
157) $3690 \cdot 473 = 1750000 (4)$
158) $0,687 \cdot 0,0211 = 0,0145$
159) $73,4 \cdot 3990 = 293000$
160) $0,258 \cdot 86,6 = 22,3 (4)$
161) $0,0576 \cdot 3,17 = 0,183$
162) $0,00176 \cdot 2770 = 4,88 (7)$
163) $4370 \cdot 681 = 2980000$
164) $20,9 \cdot 586 = 12200 (3)$
165) $3750 \cdot 0,808 = 3030$

Parallelogramm (gesucht: F)

166) a = 512	$h_a = 398$	F = 204 000
167) b = 134	$h_b = 85$	F = 11 400
168) a = 24,3	$h_a = 19,6$	F = 476
169) b = 0,093	$h_b = 0,212$	F = 0,0197
170) a = 4,32	$h_a = 0,67$	F = 2,89 (2,90)

Rechteck (gesucht: F)

171) a = 20,7	b = 3,75	F = 77,6
172) a = 0,223	b = 0,232	F = 0,0517
173) a = 53,7	b = 37,6	F = 2 020
174) a = 0,416	b = 0,068	F = 0,0283
175) a = 6,21	b = 28,3	F = 176

Quadrat (gesucht: F)

176) a = 284	F = 80 700 (6)
177) a = 0,527	F = 0,278
178) a = 19,7	F = 388
179) a = 0,071	F = 0,00504
180) a = 3,89	F = 15,1

Division

181)	0,0637	:	2740	=	0,0000232
182)	52600	:	821	=	64,1
183)	2530	:	64,8	=	39,0 (1)
184)	0,0353	:	1,66	=	0,0213
185)	8320	:	34,8	=	239
186)	0,00196	:	0,941	=	0,00208
187)	2,96	:	738	=	0,00401
188)	0,586	:	15,1	=	0,0388
189)	28300	:	0,677	=	41800
190)	203	:	0,0568	=	3570 (8)

Parallelogramm

gesucht:

191) F = 6570	a = 39,7	$h_a = 165 (6)$
192) F = 0,0347	b = 0,426	$h_b = 0,0815 (4)$
193) F = 1,46	a = 0,543	$h_a = 2,69$
194) F = 2170	$h_b = 242$	b = 8,97
195) F = 83,7	$h_a = 12,2$	a = 6,86

Rechteck

gesucht:

196) F = 0,275	b = 0,977	a = 0,281 (2)
197) F = 1,86	a = 0,768	b = 2,42
198) F = 0,0816	b = 0,218	a = 0,374
199) F = 5070	a = 85,9	b = 59,0
200) F = 147	b = 6,33	a = 23,2

ad 9) Zusammengesetzte Multiplikation und Division

auf C-D einstellen

$$201) \frac{0,496 \cdot 3340}{177} = 9,36$$

$$202) \frac{26,6 \cdot 0,00186}{0,589} = 0,0840$$

$$203) \frac{393 \cdot 2,99}{18,4} = 63,9$$

$$204) \frac{8880 \cdot 0,0684}{46,9} = 13,0 (12,9)$$

$$205) \frac{86400 \cdot 0,0297}{68,1} = 37,7$$

$$206) \frac{0,622 \cdot 9,93}{2,87} = 2,15$$

$$207) \frac{5,62 \cdot 2,26}{0,0331} = 384$$

$$208) \frac{789 \cdot 872}{65,2} = 10600 (5)$$

$$209) \frac{0,438 \cdot 2350}{7,66} = 134$$

$$210) \frac{0,0287 \cdot 1270}{0,00389} = 9370$$

auf CF-DF einstellen

$$211) \frac{86,4 \cdot 0,755}{169} = 0,386$$

$$212) \frac{0,0213 \cdot 2,72}{0,832} = 0,0696$$

$$213) \frac{0,144 \cdot 1,12}{53,1} = 0,00304$$

$$214) \frac{9340 \cdot 66,2}{25400} = 24,3 (4)$$

$$215) \frac{0,00183 \cdot 1160}{0,739} = 2,87$$

$$216) \frac{557 \cdot 0,0127}{7,39} = 0,957 (8)$$

$$217) \frac{83,9 \cdot 1,96}{0,0123} = 13400$$

$$218) \frac{3030 \cdot 0,226}{19,7} = 34,8 (7)$$

$$219) \frac{0,119 \cdot 0,0568}{0,0916} = 0,0738$$

$$220) \frac{806 \cdot 87,2}{237} = 297 (6)$$

Dreieck

gesucht:

221) a = 0,481	$h_a = 0,853$	F = 0,205
222) a = 289	$h_a = 79,2$	F = 11400
223) b = 3,77	$h_b = 0,633$	F = 1,19
224) c = 87,3	$h_c = 25,4$	F = 1110
225) c = 1,32	$h_c = 1,14$	F = 0,752
226) F = 0,382	b = 0,848	$h_b = 0,901$
227) F = 28,4	$h_b = 7,54$	b = 7,53
228) F = 1730	c = 76,7	$h_c = 45,1$
229) F = 0,0778	$h_c = 0,352$	c = 0,442
230) F = 54,7	$h_a = 15,1$	a = 7,25 (4)

Raute

gesucht:

231) e = 478	f = 94,3	F = 22 500
232) e = 1,07	f = 0,529	F = 0,283
233) F = 38,2	e = 14,7	f = 5,20
234) F = 0,0549	f = 0,882	e = 0,124 (5)
235) F = 508	e = 27,3	f = 37,2

Trapez

236) a = 518	c = 276	h = 361	F = 143 000
237) a = 0,713	c = 0,145	h = 0,663	F = 0,284
238) a = 9,87	c = 7,83	h = 4,39	F = 38,9 (8)
239) F = 0,0478	a = 0,718	c = 0,098	h = 0,117
240) F = 1560	a = 39,2	c = 19,2	h = 53,4
241) F = 333	a = 56,9	c = 19,5	h = 8,72
242) F = 0,00876	a = 0,096	h = 0,124	c = 0,045
243) F = 25600	a = 245	h = 156	c = 83
244) F = 163	c = 16,7	h = 7,16	a = 28,8
245) F = 0,668	c = 0,84	h = 0,734	a = 0,98

ad 10) Multiplikation mit π

Kreis

246) d = 0,436	u = 1,37	F = 0,149
247) d = 0,0743	u = 0,233(4)	F = 0,00434 (5)
248) d = 287	u = 902	F = 64700
249) d = 17,3	u = 54,4 (3)	F = 235
250) d = 96,7	u = 304	F = 7340 (5)
251) r = 54,3	u = 341	F = 9260
252) r = 327	u = 2050 (6)	F = 336000
253) r = 0,148	u = 0,93	F = 0,0688
254) r = 8,67	u = 54,5	F = 236
255) r = 0,373	u = 2,34	F = 0,437

Kreisbogen und Kreissektor (gesucht: b, F)

256) r = 0,258	$\alpha = 237$	b = 1,07	F = 0,138
257) r = 52,3	$\alpha = 48$	b = 43,8	F = 1150
258) r = 14,3	$\alpha = 115$	b = 28,7	F = 205
259) r = 7,62	$\alpha = 66$	b = 8,78	F = 33,4
260) r = 0,852	$\alpha = 39$	b = 0,58	F = 0,247

ad 11) Produkte von drei Faktoren: die inversen Skalen CI und CIF

Inverses Element

261) 0,272 ⁺	=	3,68
262) 57,9 ⁺	=	0,0173
263) 4690 ⁺	=	0,000213
264) 0,0183 ⁺	=	54,6 (7)
265) 923 ⁺	=	0,00108
266) 3,67 ⁺	=	0,272 (3)
267) 0,00131 ⁺	=	763
268) 64,6 ⁺	=	0,0155

269) 0,0224 ⁺	=	44,6 (7)
270) 7,08 ⁺	=	0,141

Produkt dreier Faktoren

Würfel (gesucht: V)

271) a = 0,526	V = 0,146
272) a = 35,4	V = 44400
273) a = 213	V = 9660000
274) a = 0,0879	V = 0,000679
275) a = 1,54	V = 3,65

Quader (gesucht: V)

276) a = 28,3	b = 6,42	c = 48,9	V = 8880 (9)
277) a = 1,78	b = 2,39	c = 1,94	V = 8,25
278) a = 0,624	b = 0,303	c = 0,156	V = 0,0295
279) a = 12,2	b = 13,6	c = 17,4	V = 2890
280) a = 0,684	b = 0,809	c = 0,742	V = 0,411

Quadratisches Prisma (gesucht: V)

281) a = 0,562	h = 0,368	V = 0,116
282) a = 3,45	h = 7,91	V = 94,3
283) a = 76,4	h = 167	V = 975000
284) a = 0,154	h = 0,279	V = 0,00662
285) a = 8,91	h = 37,1	V = 2950 (4)

Zylinder (gesucht: M, O, V)

286) r = 16,8	h = 81,4	M = 8590	O = 10400	V = 72200
287) r = 2,36	h = 1,36	M = 20,2	O = 55,2	V = 23,8
288) r = 0,819	h = 0,571	M = 2,94	O = 7,15	V = 1,20
289) r = 35,9	h = 76,1	M = 17200	O = 25300	V = 308000
290) r = 5,9	h = 27,3	M = 1010	O = 1230	V = 2990 (8)

Kugel (gesucht: O, V)

291) r = 30,6	O = 11800	V = 120000
292) r = 0,0924	O = 0,107	V = 0,00330
293) r = 2,47	O = 76,7	V = 63,1
294) r = 12,7	O = 2030	V = 8580
295) r = 0,546	O = 3,75	V = 0,682

ad 12) Lehrsatz des PYTHAGORAS: die A-Skala

Kegel (gesucht: s bzw. h bzw. r, M, O, V)

296) r = 3,82	h = 7,19	s = 8,14
M = 97,7	O = 144 (3)	V = 110
297) r = 6,25	h = 17,6	s = 18,7
M = 367	O = 490	V = 720
298) r = 26,7	s = 90,4	h = 86,4
M = 7580	O = 9820	V = 645000
299) s = 0,424	r = 0,298	h = 0,302
M = 0,397	O = 0,676	V = 0,0281
300) s = 0,841	h = 0,351	r = 0,764
M = 2,02	O = 3,85	V = 0,215 (4)
301) s = 10,3	h = 9,88	r = 2,91
M = 94,2	O = 121	V = 87,6

überreicht durch:

ARISTO · INSTRUMENTE · DENNERT KG, WÖRGL-TIROL